Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 37 (1938)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: G. Doetsch. — Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Band XLVII). — Un volume gr. in-8° de viii-436 pages. Prix: RM. 34.50 broché, 36.30 relié. J. Springer, Berlin, 1937.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

qui avons publié et publions des Cours sur ces captivantes questions. M. Léon Brillouin ne nous en voudra certainement pas de signaler cette communion de pensée et d'action. A. BUHL (Toulouse).

G. DOETSCH. — **Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Band XLVII). — Un volume gr. in-8° de VIII-436 pages. Prix: RM. 34.50 broché, 36.30 relié. J. Springer, Berlin, 1937.

L'auteur n'est pas à présenter à nos lecteurs. Il a brillamment participé aux *Conférences internationales des Sciences mathématiques* organisées par l'Université de Genève avec une Communication sur *Les Equations aux dérivées partielles du type parabolique* dont on trouvera un résumé dans *L'Enseignement mathématique* (**35,** 1936, p. 43). On peut observer tout de suite qu'entre la transformation de Laplace et les équations aux dérivées partielles, il y a des liens qu'on pourrait d'abord ne pas soupçonner. On les trouve dans la Communication indiquée, par exemple page 62, mais il y avait, de plus, dans la conception laplacienne, tant et tant de choses à l'état latent qu'on peut y voir les germes d'immenses domaines explorés depuis par l'Analyse en ses formes les plus variées. C'est ainsi, par exemple, que le Calcul symbolique de Heaviside a son origine dans la célèbre transformation. Quant à ses aboutissements, ils sont dans les branches les plus récentes de la Physique théorique.

L'idée fondamentale, comme pour toutes choses à grand rendement, est extrêmement simple. Il s'agit d'intégrales en $e^{-st}\,F(t)\,dt$ prises d'abord le long de la demi-droite réelle D qui va de zéro à l'infini. On a ainsi une fonction $f(s)$ à étudier connaissant $F(t)$ à moins qu'il ne faille inversement rechercher F connaissant f. C'est déjà la théorie des équations intégrales qui apparaît. Quant au problème direct, on conçoit son analogie avec celui de la fonction analytique donnée par un ensemble de coefficients tayloriens, problème qui est d'ailleurs dépassé et peut être remplacé par une étude générale des séries de Dirichlet.

On sait aussi que M. Emile Borel a d'abord construit sa théorie du polygone de sommabilité en utilisant une intégrale laplacienne; la chose a été ingénieusement étendue en remplaçant la demi-droite D par des chemins d'intégration plus quelconques. Le polygone borélien peut alors acquérir des côtés circulaires. Ce résultat est rapporté par M. Doetsch à ses propres travaux ainsi qu'à divers autres dus notamment à Pincherle et à Rey Pastor. Que l'on me permette d'ajouter que j'ai donné quelque chose d'analogue, en 1911, dans les *Acta mathematica* ainsi que dans mon fascicule VII du *Mémorial des Sciences mathématiques* (1925, p. 15).

Quant à l'inversion complexe de l'intégrale de Laplace, elle conduit aussi, très immédiatement, aux théorèmes intégraux de Fourier ainsi qu'à une certaine transformation de Mellin à laquelle s'associe la fonction $\zeta(s)$ de Riemann. Comme synthèse, ce n'est déjà pas mal et cependant ce n'est qu'un commencement. Il n'est pas toujours aisé de déterminer F connaissant f ni même d'apercevoir toutes les propriétés de f en partant de celles de F mais il y a une très intéressante théorie de transformations fonctionnelles des f qui se *représente* beaucoup plus simplement sur les F. C'est d'ailleurs là l'idée même d'un calcul symbolique d'une très grande puissance. Telles sont les idées directrices d'une Première partie de l'ouvrage.

Une Seconde partie, très brève, a trait aux développements en série. Les propriétés différentielles linéaires de l'exponentielle apparaissent ici comme un trait d'union entre nombre de séries appartenant à des domaines très divers.

Une Troisième partie a trait au comportement asymptotique. Nous y retrouvons les conditions de convergence uniforme selon Abel puis suivant des lemmes plus généraux de Tauber. Ici, les séries interviennent encore abondamment mais l'essentiel est dans les critères intégraux qui les accompagnent. Signalons un aboutissement à une transformation intégrale de Stieltjes, liée, elle-même, au « logarithme intégral ». D'autre part, pour tout ce qui se rapporte à la croissance exponentielle, il est indiqué de rechercher des représentations laplaciennes. Ce n'est que l'extrême richesse de telles réussites qui empêche d'entrer ici dans de plus grands détails.

Une Quatrième partie est consacrée aux équations intégrales, celles-ci étant prises d'abord sous les formes habituelles dues à Volterra, Fredholm, Hilbert, Schmidt, ...; mais l'auteur va commencer par les étudier dans les domaines où elles peuvent être représentées sous des formes laplaciennes. L'idée est remarquablement simple et donne beaucoup de calcul élémentaire là où d'autres ouvrages mettent, tout de suite, du calcul symbolique. D'ailleurs, M. Doetsch aime les schèmes simples tels celui dessiné page 280. Il faut trouver des transformations fonctionnelles avantageuses du compliqué. La transformation de Laplace en est une. Qu'on la prenne pour modèle. On remonte ici jusqu'à l'équation d'Abel et aux dérivées d'indices non entiers. Suivent des théorèmes d'addition *transcendants* qui, par rapport aux théorèmes algébriques, ne sont pas plus étonnants que les nouvelles dérivées par rapport à celles d'indices entiers. Les indices non entiers semblent même pouvoir se généraliser dans le domaine complexe.

La Cinquième partie a trait aux équations différentielles ordinaires ou partielles. C'est ici que se place le fameux Calcul de Heaviside. Nombreuses applications physiques.

Belle œuvre, moderne par sa nature *intégrale* mais d'un intégralisme à transformations et à calculs effectifs. Nous n'avons jamais négligé de dire du bien des théories intégrales en espaces abstraits. Nous n'en sommes que plus à l'aise pour juger, avec enthousiasme, les concrétisations de M. Doetsch.

A. Buhl (Toulouse).

R. Courant und D. Hilbert. — **Methoden der mathematischen Physik.** Zweiter Band (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XLVIII). — Un volume gr. in-8° de xvi-550 pages. Prix: RM. 38 broché, 39,80 relié. J. Springer, Berlin, 1937.

La seconde édition du Tome I de cet ouvrage a été analysée ici (**30,** 1931, p. 165). Le présent Tome II contient des Compléments bibliographiques qui renvoient aux mêmes *Conférences*, de l'Université de Genève, que celles indiquées tout à l'heure à propos du livre de M. G. Doetsch. Relevons même la citation détaillée des noms de MM. Hadamard, Doetsch, Vasilesco, Weinstein, Schauder, Leray. Ainsi *L'Enseignement mathématique* se révèle d'une utilité de premier ordre, puisqu'il complète de grands ouvrages tels celui de MM. Courant et Hilbert, et que d'autre part, il simplifie la tâche de la critique bibliographique puisqu'il n'y a plus qu'à revenir sur des textes analogues à ceux déjà insérés dans notre Revue.