Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES CUBIQUES D'EDOUARD LUCAS
Autor: Turrière, E.
Kapitel: coniques inscrites à normales concourantes.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28591

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les coniques inscrites à normales concourantes.

11. — Considérons les coniques inscrites dans le triangle de référence et telles que les normales aux points de contact soient concourantes. Il est évident que l'on se trouve dans les conditions du problème qui a conduit aux deux premières cubiques, puisque les droites qui joignent les sommets aux points de contact de toute conique inscrite concourent. Le point de Gergonne P décrit la première cubique, tandis que le point de concours Q des normales décrit la seconde.

Soient (x, y, z) les coordonnées de Q; X, Y, Z celles de P (coordonnées normales). Les équations qui conduisent à celles des cubiques sont:

$$\frac{Y}{y + x\cos C} = \frac{Z}{z + x\cos B},$$

$$\frac{Z}{z + y\cos A} = \frac{X}{x + y\cos C},$$

$$\frac{X}{x + z\cos B} = \frac{Y}{y + z\cos A}.$$

Soient ξ, η, ζ les coordonnées barycentriques de P. La conique inscrite admettant ce point de Gergonne a pour équation

$$\sqrt{\frac{\xi}{\xi_1}} + \sqrt{\frac{\eta}{\eta_1}} + \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta_1}} = 0,$$

et les coordonnées de son centre sont:

$$\xi_0 = \xi_1(\eta_1 + \zeta_1), \quad \text{etc. ...}$$

ou encore

$$\xi_0 = \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\zeta_1}, \qquad \text{etc. ...}$$

D'où résultent les formules inverses

$$\frac{1}{\xi_1} = \eta_0 + \zeta_0 - \xi_0, \quad \text{etc. ...}$$

De l'équation

$$\Sigma\, a^2 \frac{\eta_1 - \zeta_1}{\eta_1 + \zeta_1} = 0$$

de la première cubique, résulte l'équation du lieu du centre de la conique inscrite:

$$\Sigma\, a^2 \frac{\eta_0 + \zeta_0}{\xi_0} = 0 .$$

Le lieu du centre de la conique inscrite est donc une troisième cubique circonscrite au triangle, dont l'équation est:

$$\sum a^2 \eta\zeta(\eta - \zeta) = 0 ,$$

$$\sum \alpha\xi(\eta - \zeta)(\eta + \zeta - \xi) = 0 ,$$

$$\sum \frac{x}{a}(y^2 - z^2) = 0 .$$

LES CONIQUES CIRCONSCRITES A NORMALES CONCOURANTES.

12. — En coordonnées normales, la condition d'orthogonalité de deux droites

$$z = my , \qquad z = m'y ,$$

issues du sommet A est

$$1 + mm' + (m + m') \cos A = 0 .$$

Une conique circonscrite d'équation

$$\frac{\mathcal{A}}{x} + \frac{\mathcal{B}}{y} + \frac{\mathcal{C}}{z} = 0 ,$$

est tangente en A à la droite

$$\mathcal{B}z + \mathcal{C}y = 0 ,$$

et par suite la normale en A a pour équation

$$\frac{z}{y} = \frac{\mathcal{B} - \mathcal{C} \cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B} \cos A} .$$

La condition de concours des normales en ABC à une même conique circonscrite est donc

$$\frac{\mathcal{B} - \mathcal{C} \cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B} \cos A} \cdot \frac{\mathcal{C} - \mathcal{A} \cos B}{\mathcal{A} - \mathcal{C} \cos B} \cdot \frac{\mathcal{A} - \mathcal{B} \cos C}{\mathcal{B} - \mathcal{A} \cos C} = 1 .$$