Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES CUBIQUES D'EDOUARD LUCAS
Autor: Turrière, E.
Kapitel: LA TROISIÈME CUBIQUE.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28591

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Cette transformation est réciproque et laisse invariante l'équation de la *troisième cubique de Lucas, qui étant le lieu de* Π, *est aussi le lieu du centre de la conique circonscrite.* Le lieu du pied de la quatrième normale issue du point de concours Q comprend les côtés, le cercle circonscrit du triangle ABC et une courbe du septième degré[1].

La troisième cubique.

13. — La cubique $\sum \frac{x}{a}(y^2 - z^2) = 0$,

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ x & y & z \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} \end{vmatrix} = 0 ,$$

est une cubique invariante dans la transformation isogonale, lieu de points homologues constamment alignés avec le centre de gravité G.

La condition de trois points étant

$$u_1 + u_2 + u_3 = v ,$$

voici quelques points de la courbe:

1er groupe: Points où la tangente passe par le point de Lemoine K (v)

A	B	C	G
ω_1	ω_2	ω_3	0 .

2me groupe: Points où la tangente passe par G:

I	I′	I″	I‴
$\frac{v}{2}$	$\frac{v}{2} + \omega_1$	$\frac{v}{2} + \omega_2$	$\frac{v}{2} + \omega_3$.

1 G. Darboux, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2me série, 1866, t. V, p. 95 et 1867; t. VI, p. 510-515 (question 752). Voir aussi 1865, IV, p. 420.

A. Haarbleicher, *De l'emploi des droites isotropes comme axes de coordonnées*, Paris, Gauthier-Villars, éditeur, 1931, une brochure de 79 pages (la courbe du 7me degré est construite et étudiée aux pages 61 et suivantes).

3me groupe: Points où la tangente passe par O:

$$\begin{array}{cccc} A' & B' & C' & K \\ v+\omega_1 & v+\omega_2 & v+\omega_3 & v\,. \end{array}$$

4me groupe: Les milieux des hauteurs $(-v+\omega_1, -v+\omega_2, -v+\omega_3)$ et le centre du cercle circonscrit $O(-v)$; les tangentes rencontrent en ces points la cubique au point $(3v)$.

Les cubiques I *et* III *sont homothétiques par rapport au centre de gravité* G *dans le rapport* $-\frac{1}{2}$. C'est ce qui résulte de ce que dans cette homothétie les 9 points

$$A \quad B \quad C \quad H \quad G \quad G' \quad G'' \quad G''' \quad H_1$$

de la première cubique deviennent respectivement 9 points

$$A' \quad B' \quad C' \quad O \quad G \quad A \quad B \quad C \quad H$$

de la troisième. D'ailleurs les formules de correspondance entre les coordonnées de deux points homologues de cette homothétie

$$\begin{aligned} \xi &= \eta' + \zeta' - \xi' \,, \\ \eta &= \zeta' + \xi' - \eta' \,, \\ \zeta &= \xi' + \eta' - \zeta' \,, \end{aligned}$$

font bien correspondre à la première cubique $\Sigma\alpha\xi(\eta^2 - \zeta^2) = 0$, la troisième $\Sigma\alpha\xi'(\eta' - \zeta')(\eta' + \zeta' - \xi') = 0$.

La troisième cubique attachée au triangle $G'G''G'''$ *est identique à la première cubique du triangle* ABC.

La troisième cubique du triangle $G'G''G'''$ doit, en effet, passer par $G'G''G'''GABC$, le centre H du cercle circonscrit à $G'G''G'''$ et son orthocentre H_1.

Sur certaines coniques à axes parallèles.

14. — *Condition de parallélisme des axes d'une conique circonscrite et d'une conique inscrite.*

Supposons que la conique circonscrite d'équation

$$\frac{l}{\xi} + \frac{m}{\eta} + \frac{n}{\zeta} = 0 \,,$$