

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1955)
Heft: 1-2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÜBER DIE ANWENDUNG DER MATHEMATIK AUF
STAATSWISSENSCHAFTEN
Autor: Weinberger, Otto
Kapitel: I. Nationalökonomie.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-31355>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ÜBER DIE ANWENDUNG DER MATHEMATIK AUF STAATSWISSENSCHAFTEN¹

VON

Otto WEINBERGER, Wien

INHALTSÜBERSICHT.

Vorbemerkung. — I. Anwendungen der Mathematik auf Nationalökonomie. — II. Anwendungen der Mathematik in der Statistik. — III. Anwendungen der Mathematik in den Gesellschafts- und politischen Wissenschaften.

Vorbemerkung.

Der Zweck der folgenden Skizze — und nur um eine solche kann es sich im gegenwärtigen Falle handeln, — besteht in dem Nachweise, dass die Mathematik auch in den *Staatswissenschaften* eine hervorragende Rolle spielt und aus dem Bereiche dieser Wissenschaften überhaupt nicht mehr fortzudenken ist. Mit Rücksicht auf die Fülle des Stoffes und die dabei bestehenden Schwierigkeiten werde ich mich auf *drei* Wissensgebiete im weitesten Sinne des Wortes beschränken, und zwar auf die *Nationalökonomie*, die *Statistik* und die übrigen *Gesellschafts- und politischen Wissenschaften*.

I. NATIONALÖKONOMIE.

Einer der ersten Schriftsteller, welcher die Mathematik auf Nationalökonomie angewendet hat, war der berühmte Schweizer

¹ Bericht erstattet dem Internationalen Mathematikerkongresse in Amsterdam, im September 1954.

Mathematiker Daniel BERNOUILLI (1700-1782), aus der bekannten Mathematikerfamilie der Bernouillis, Professor in Petersburg (1725) und später in Basel (1733), in seiner 1738 von der Petersburger Akademie der Wissenschaften herausgegebenen Abhandlung: *Specimen novae theoriae de mensura sortis*¹. Bernoulli ist in dieser Schrift von der grundlegenden Erwägung ausgegangen, dass der Wert einer Sache nicht bloss von *objektiven* Momenten abhängt, wie z. B. ihrer Tauglichkeit zum Gebrauche, ihrer Seltenheit oder den zu ihrer Herstellung erforderlichen Kosten, sondern auch von den subjektiven, persönlichen Vorteilen, die die betreffende Sache ihrem Besitzer gewährt. Unter diesen subjektiven Momenten spielt das *bereits vorhandene Vermögen* desjenigen, der einen Vermögenszuwachs, z. B. einen Gewinn erzielt, eine entscheidende Rolle, da der gleiche Gewinn verschiedenen Vermögensbesitzern in verschiedenen Vermögensverhältnissen auch verschiedene *Vorteile* gewährt. Bezeichnet man daher das vor Erlangung des Vorteils vorhandene Vermögen mit α , das Vermögen plus Gewinn mit x , den Gewinn mit $\alpha - x$, so ist der durch diesen Gewinn entstehende Vorteil y offenbar unter der Annahme eines kontinuierlich verlaufenden Vorteils durch die Gleichung

$$dy = b \cdot \frac{dx}{x},$$

d. h. durch die Gleichung

$$y = b \cdot \lg \frac{x}{\alpha}$$

gegeben, wobei b eine nach den Verhältnissen verschiedene Konstante bedeutet².

Mit diesem Begriffe der *moralischen* Hoffnung (*espérance morale*, *bien moral*), im Gegensatze zu der lediglich den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung folgenden Grösse der *ma-*

¹ Neu herausgegeben von Alfred PRINGSHEIM unter dem Titel: *Versuch einer neuen Theorie der Wertbestimmung von Glücksfällen*. Leipzig, 1890. Dazu eingehend Otto WEINBERGER, *Die Grenznutzenschule*. Halberstadt, 1926, S. 7 ff.

² Vgl. zur Erläuterung PRINGSHEIM, S. 34-36, Anm. 4, und WEINBERGER, S. 11, Anm. 1.

thematischen Hoffnung (*espérance mathématique*) hat sich später eine Reihe hervorragender Gelehrter wie LAPLACE ¹, BUFFON ² und QUETELET ³ befasst. Wichtig ist, dass bei Quetelet auch die Frage der *Spielverluste* nach den gleichen, die Vermögenslage der Spieler betreffenden Bedingungen behandelt wird, da Einsätze und Verluste bei Spielen durch diesen Umstand entscheidend beeinflusst sind. Und da schliesslich *Lust- und Unlustgefühle* für die Entstehung des wirtschaftlichen Güterwerts von massgebender Bedeutung sind, so muss an dieser Stelle auch der Versuche HERBART's über die Anwendung der Mathematik auf die Psychologie ⁴ und des FECHNER'schen Gesetzes über die logarithmischen Beziehungen zwischen Reiz und Empfindung ⁵ gedacht werden.

Im Jahre 1854 veröffentlichte der preussische Regierungsassessor Hermann Heinrich GOSSEN ein Buch über mathematische Nationalökonomie ⁶. Es blieb zunächst ganz unbeachtet. In dieser Schrift entwickelt er die nach ihm benannten Gossen'schen Gesetze, laut welchen die einzelnen Genüsse bei *zunehmender* Bedürfnisbefriedigung *abnehmen* und bei *verschiedenen* Genüssen die Verteilung auf die einzelnen Bedürfnisbefriedigungsmittel in der Weise erfolgt, dass die letzten Teilmengen dieser Befriedigungsmittel *gleich grosse* Befriedigungen dem Wirtschaftssubjekte gewähren. Zu erwähnen ist in diesem Zusammenhange, dass Gossen bereits den Versuch unternommen

¹ *Théorie analytique des probabilités*, 2. Aufl., Paris, 1821, S. 432-445.

² *Essai d'arithmétique morale*, abgedruckt im 13. Bande, S. 7-101, der in Venedig im Jahre 1820 erschienenen italienischen Gesamtausgabe: *Le opere di Buffon*, unter dem Titel: *Saggio d'aritmética morale*.

³ *Lettres à S.A.R. le duc régnant de Saxe-Cobourg et Gotha sur la théorie des probabilités, appliquée aux sciences morales et politiques*. Brüssel, 1846, S. 40-47, S. 48-53.

⁴ Vgl. Johann Friedrich HERBART, *Über die Möglichkeit und Notwendigkeit, Mathematik auf Psychologie anzuwenden*. Sämtliche Werke, 7. Bd., Leipzig, 1851, S. 129-72, und dazu Otto WEINBERGER, *Economia matematica*. Memoria presentata all'Accademia di Scienze Morali e Politiche della Società Reale di Napoli, Neapel, 1937, S. 18-21, mit weiteren Literaturangaben.

⁵ Zum Texte Gustav Theodor FECHNER, *Elemente der Psychophysik*. Leipzig, 1860, 2 Bände, und dazu WEINBERGER, *Grenznutzenschule*, S. 19-30. Das Fechner'sche Gesetz hat die Form

$$y = k \cdot \log \beta + C$$

wobei β den Reiz, y die Empfindung, k und C aber Konstanten bedeuten (C die sog. Integrationskonstante). Über Fechner's „experimentelle Psychophysik“ vgl. jetzt auch Hubert ROHRACHER, *Einführung in die Psychologie*, Wien, 1946, S. 109-112.

⁶ *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fliessenden Regeln für menschliches Handeln*. Die umfangreiche Literatur ist verzeichnet bei Otto WEINBERGER, *Mathematische Volkswirtschaftslehre*. Leipzig, 1930, S. 67, Anm. 4.

hat, das Problem der *Bodenverstaatlichung* auf mathematischem Wege zu lösen ¹.

Zwischen den Gelehrten, die sich mit mathematisch-volkswirtschaftlichen Problemen befassten, hat anscheinend keine wie immer geartete Fühlungnahme bestanden. Es war Gossen ganz unbekannt geblieben, dass ungefähr zwei Jahrzehnte vor dem Erscheinen seines denkwürdigen Buchs bereits zwei französische Gelehrte mit ähnlichen Fragen beschäftigt waren. So hatte schon in den vierziger Jahren des verflossenen Jahrhunderts der französische Ingenieur Jules DUPUIT die Messung von Nutzengrößen, sowie die Begriffe des *Grenznutzens* und der sg. *Konsumentenrente* studiert. Er hat dabei gezeigt, wie einerseits der subjektive Nutzen durch das grösste Opfer bestimmt wird, das jemand für den Erwerb eines Guts zu bringen bereit ist, dass aber andererseits die Käufer mit Rücksicht auf die objektiv vorliegenden Kaufpreise, beim Erwerbe von Gütern wegen der verschiedenen persönlichen Bewertungen auch verschiedene Vorteile erzielen, die sich in Renten ausdrücken und (nach einem vom Engländer Alfred MARSHALL später in die Wissenschaft eingeführten Sprachgebrauche) als Konsumentenrenten bezeichnet werden ². Auch dem Werke des bekannten französischen Philosophen und Mathematikers Antoine Augustin COURNOT: *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* ³, aus dem Jahre 1838 war kein Erfolg beschieden. Er hatte seine Aufmerksamkeit vorzüglich dem Gewinne des *Monopolisten* zugewendet und gezeigt, dass die Nachfrage *D* (demande) eine Funktion des Güterpreises *p* ist, daher wir für die Nachfrage

$$D = f(p) \quad (1)$$

und für die beim Verkaufe des Monopolguts zu erzielende Geldsumme die Gleichung

$$D \cdot p = p \cdot f(p) \quad (2)$$

¹ Zum Texte GOSSEN, l. c., S. 250-273.

² Vgl. Jules DUPUIT, *De l'utilité et de sa mesure*, Turin, 1933, eine Sammlung seiner verschiedenen Abhandlungen, mit einer Vorrede von Luigi EINAUDI und einer Einleitung von Mario DE BERNARDI.

³ Deutsche Ausgabe unter dem Titel: *Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums*, besorgt von W. G. WAFFENSCHMIDT, Jena, 1924. Hervorragend F. MENTRÉ: *Cournot et la renaissance du probabilisme au XIX^e siècle*,

aufschreiben dürfen. Wenn man daher feststellen will, *bei welchem Preise* der Monopolist den grössten *Geldgewinn* erzielen wird, so braucht man die soeben erwähnte Gleichung (2) nur zu differenzieren, und erhält dann die nach den Regeln der Maximal- und Minimalrechnung gleich Null zu setzende Gleichung

$$f(p) + pf'(p) = 0, \quad (3)$$

daher

$$p = -\frac{f(p)}{f'(p)}.$$

Dass dieses p einen Maximalwert darstellt, lässt sich ohne Schwierigkeit zeigen, wenn man die zweite Ableitung

$$f'(p) + f'(p) + pf''(p) = 0 \quad (4)$$

bildet, worauf man den negativen Wert

$$p = -\frac{2f'(p)}{f''(p)}$$

erhält. Aber Cournot ist bei Monopolproblemen nicht stehen geblieben. Er hat unter anderem auch die Theorie der *zwischenstaatlichen Wechselkurse* und der *Zollprobleme* mathematischen Betrachtungen zugeführt.

Einen weiteren Fortschritt bedeuteten die Untersuchungen von Léon Walras (1834-1910)¹, die sich die mathematische Darstellung des *allgemeinen wirtschaftlichen Gleichgewichts* zur Aufgabe gesetzt hatten. Ohne auf die schwierigen Einzelheiten einzugehen, möchte ich nur hervorheben, dass Walras das Problem des wirtschaftlichen Gleichgewichts bei m Waren aus

$m(m-1)$ Nachfragegleichungen

und $m(m-1)$ Tauschgleichungen,

zusammen $2m(m-1)$ Bestimmungsgleichungen zu lösen versucht, welchen die

$m(m-1)$ Gleichgewichtspreise

und die $m(m-1)$ Gütermengen nach vollzogenem Tausche

Paris, 1908. Weitere Literatur bei Otto Weinberger, *Mathematische Volkswirtschaftslehre*, S. 43, Anm. 1. Vgl. auch A. A. Cournot: *Die Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, deutsch herausgegeben von C. H. Schnuse. Braunschweig, 1849.

¹ Hauptwerk: *Éléments d'économie politique pure*, letzte Auflage, Paris, 1926. Literatur bei Weinberger, *Mathem. Volkswirtschaftslehre*, zit. S. 94, Anm. 1. Über sein Leben und seine politischen Ansichten berichtet jetzt ausführlich: Marcel Boson: *Léon Walras*. Paris-Lausanne, 1951.

als Unbekannte gegenüberstehen. Walras hat sich auch als *Geldtheoretiker* sehr verdient gemacht. Auch hat er die Ansichten der englischen klassischen Nationalökonomien einer scharfsinnigen Kritik unterzogen. Seine schwerfällige Darstellung steht im Gegensatze zu den leicht fasslichen mathematischen Formeln des Engländers W. S. JEVONS (1835-1882)¹, aus denen ich nur die nach ihm benannte *Verkehrsgleichung* als Beispiel herausgreifen möchte: Wenn das Wirtschaftssubjekt A die Menge a an Korn und das Wirtschaftssubjekt B die Menge b an Fleisch besitzt, so wird der Tausch zwischen diesen beiden Wirtschaftssubjekten so lange fortgesetzt werden, bis auf Seiten des A der Grenznutzensgrad der ihm verbleibenden Kornmenge $(a - x)$ und jener der von B erhaltenen Fleischmenge y , und auf Seiten des B der Grenznutzensgrad der ihm verbliebenen Fleischmenge $(b - y)$ dem Grenznutzensgrade der von A erhaltenen Kornmenge x gleichgeworden sind. Dabei versteht Jevons unter dem Grenznutzensgrade das Verhältnis des Zuwachses an Nutzen (u), das durch einen kleinen Zuwachs an Gut (x) entsteht, d. h.

$$\frac{du}{dx}.$$

Bezeichnen wir schliesslich die Grenznutzensgrade für Korn mit

$$\varphi_1 (a - x) \text{ für A,}$$

mit

$$\varphi_2 (x) \quad \text{für B;}$$

für Fleisch mit

$$\psi_1 (y) \quad \text{für A,}$$

mit

$$\psi_2 (b - y) \text{ für B,}$$

so gilt die Gleichung

$$\frac{\varphi_1 (a - x)}{\psi_1 (y)} = \frac{\varphi_2 (x)}{\psi_2 (b - y)}.$$

¹ HAUPTWERK: *Theory of political economy*, 4. Auflage, London, 1911. Deutsche Ausgabe, übersetzt und mit einer Einleitung von Otto WEINBERGER, Jena, 1924.

Da schliesslich der vorliegende Bericht nur eine kurze Übersicht über das Wichtigste geben kann, so muss er sich begnügen, eine Reihe weiterer, aber hochverdienter Gelehrter wie F. Y. EDGEWORTH ¹, Vilfredo PARETO ², Rudolf AUSPITZ und Richard LIEBEN ³ lediglich zu erwähnen.

II. STATISTIK.

Der Bericht über die Fortschritte der Statistik ist viel schwieriger, weil es sich in der Nationalökonomie um eine begrenzte Reihe von Problemen handelt, die bereits in allen wichtigen Belangen durchforscht sind, während in der Statistik gerade in den letzten Jahrzehnten durch das Studium einer ganzen Reihe neuer Probleme eine erst im *Werden begriffene Wissenschaft* vor uns steht. Dazu kommt noch der Umstand, dass ein Grossteil der Probleme in das Bereich der sogenannten *Betriebswissenschaften*, fällt, die sich schon nach den Sprachbegriffen nicht unter die *Staatswissenschaften* einreihen lassen. Aber diese Betriebswissenschaften stehen andererseits mit der Nationalökonomie im herkömmlichen Sinne in solch engem Zusammenhange, dass eine Trennung beider ohne eine abträgliche Verengung des wissenschaftlichen Blickfeldes nicht möglich ist. Während es aber die Nationalökonomie nach der traditionellen Auffassung mit den sg. *makroökonomischen* Gebilden zu tun hat, d. h. mit den Wirtschaften der Gebietskörperschaften (Staat, Land, Gemeinden) und die Individualwirtschaften lediglich den methodischen Ausgangspunkt bildeten, um überhaupt wirtschaftliches Handeln analysieren zu können, hat es die Betriebswirtschaft mit den Einzelzellen der Wirtschaft zu tun, d. h. mit *mikroökonomischen* Gebilden, ihrer Organisation, ihren Handlungen und Zielen. Aber die Grenzen lassen sich

¹ Vgl. über ihn Otto WEINBERGER, Francis Ysidro EDGEWORTH, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 124. Band, III. Folge, 69. Band, 1926, S. 205-217.

² Vgl. über ihn G. H. BOUSQUET, *Vilfredo Pareto. Sa vie et son œuvre*, Paris, 1928. Ferner Otto WEINBERGER: *Vilfredo Pareto*. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 85. Bd., 1928, S. 521-543, und jetzt das von der Università Commerciale Luigi Bocconi herausgegebene Sammelwerk: *Vilfredo Pareto*, Mailand, 1949.

³ Über die zuletzt genannten Gelehrten vgl. Otto WEINBERGER: Rudolf AUSPITZ und Richard LIEBEN, *Ein Beitrag zur Geschichte der mathematischen Methode in der Volkswirtschaftslehre*. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 91. Band, Tübingen, 1931, S. 457-492.