

Premières définitions. Notations.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1956)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ALGÈBRE DES POLYNOMES

PAR

Marc ZAMANSKY, Paris

INTRODUCTION

L'objet de cet article est de présenter les propriétés algébriques fondamentales des êtres qu'on appelle polynômes à une indéterminée ou improprement, polynômes à une variable.

On n'y trouvera que des résultats élémentaires bien connus (sauf peut-être celui qui concerne le lien entre les deux divisions) mais tout ce qui pourrait rappeler l'analyse a été banni de la présentation car la confusion de notations entraîne souvent chez les jeunes étudiants la confusion des concepts et des propriétés.

PREMIÈRES DÉFINITIONS. NOTATIONS.

Définition d'un polynôme

On appelle polynôme un ensemble ordonné d'une infinité dénombrable de nombres (réels ou complexes) tous nuls à partir d'un certain rang.

Nous représenterons au début un polynôme par $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, 0, 0, \dots)$. Les nombres a_k sont appelés *coefficients* et dans cette écriture l'entier k repère le rang d'ordre du coefficient (a_k est le $(k + 1)^{\text{e}}$ coefficient).

Nous désignons aussi un polynôme par une seule lettre et écrirons :

$$A = (a_0, a_1, \dots, a_n, 0, 0, \dots) .$$

Egalité de deux polynômes

Deux polynômes $A = (a_0, a_1, \dots, a_n, 0, 0, \dots)$ et $B = (b_0, b_1, \dots, b_m, 0, \dots)$ seront dits égaux si quel que soit $k: a_k = b_k$, ($k \geq 0$). Cette définition entraîne qu'à partir du même rang a_k et b_k sont nuls.

On écrira $A = B$, le symbole $=$ pouvant alors être employé de nouveau.

LOIS ALGÈBRIQUES SUR L'ENSEMBLE DES POLYNOMES

Lois internes

Les conventions suivantes construisent des polynômes à partir de polynômes; elles définissent ce qu'on appelle des *lois internes*. Ce seront l'*addition* et la *multiplication*. Leur définition entraîne des propriétés qui feront de l'ensemble des polynômes muni de ces deux lois, un *anneau commutatif unitaire*.

1° *Addition*.

Soit $A = (a_0, a_1, \dots)$, $B = (b_0, b_1, \dots)$, deux polynômes. Par définition le polynôme $(a_0 + b_0, a_1 + b_1, \dots, a_k + b_k, \dots)$ est appelé *somme* de A et B et on écrit:

$$A + B = (a_0 + b_0, a_1 + b_1, \dots, a_k + b_k, \dots) .$$

Les propriétés des nombres complexes montrent que cette addition est *associative*, c'est-à-dire que $(A + B) + C = A + (B + C)$ et *commutative*, c'est-à-dire que $A + B = B + A$, quels que soient A, B, C .

Désignons par Θ le polynôme dont tous les coefficients sont nuls: $a_k = 0$ pour $k = 0, 1, 2, \dots$. On a alors quel que soit le polynôme A :

$$A + \Theta = \Theta + A = A$$

Θ est donc l'*élément neutre* pour l'addition.

Désignons par $(-A)$ le polynôme $(-a_0, -a_1, \dots, -a_k, \dots)$. On a alors: $A + (-A) = \Theta$. Donc tout polynôme A a un *symétrique* $(-A)$ pour l'addition.