

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1959)**

Heft 3: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

As in the case n even, it will suffice to take $r \equiv 3 \pmod{4}$. Let 2^{e_r} denote the highest power of 2 dividing $r + 1$, and consider $2^{-e_r} T$. For $e_r \leq 2$, we get the exponent -1 ; for $e_r \geq 3$ it follows that $\frac{1}{2}(r - 1) \geq e_r$. Hence if $k + 2 < e_r$, we get the exponent $k + 2 - e_r$, while if $k + 2 \geq e_r$ we again get -1 (at most). Consequently

$$\Delta_n \equiv 0 \pmod{2^{3n-e+k+2}} \quad (k + 2 < e_r) , \quad (16)$$

$$\Delta_n \equiv 0 \pmod{2^{3n-1}} \quad (k + 2 \geq e_r) . \quad (17)$$

Comparing (16) and (17) with (13) and (14) we may accordingly state the following

THEOREM. *Let $2^e \leq 2n < 2^{e+1}$ and let 2^k denote the highest power of 2 dividing n or $n - 1$ according as n is even or odd. Then Δ_n as defined by (1) and (3) satisfies (16) and (17). Applying the Staudt-Clausen theorem, it follows from (3)*

that

$$p\Delta_n \equiv - \sum_{r>0} (-1)^{n-rm} \binom{n}{rm} \pmod{p} ,$$

where $p = 2m + 1$ is an odd prime. It can be shown that

$$\sum_{r>0} (-1)^{n-rm} \binom{n}{rm} \equiv \begin{cases} 2 & (p - 1 \mid n) \\ \binom{m}{k} & (p - 1 \mid n + k, 0 < k \leq m) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

In particular the prime factors of the denominator of Δ_n are simple and cannot exceed $2n + 1$.

In connection with formula (4) above it may be of interest to cite the formula [2, p. 189]

$$(-1)^n \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} \frac{B_{n+r+1}}{n+r+1} + \frac{n!n!}{2(2n+1)!} = 0 .$$

REFERENCES

1. G. FROBENIUS, *Über die Bernoullischen Zahlen und die Eulerschen Polynome*, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* (1910), pp. 809-847.
2. N. NIELSEN, *Traité élémentaire des nombres de Bernoulli*. Paris, 1923.
3. N. E. NÖRLUND, *Vorlesungen über Differenzenrechnung*. Berlin, 1924.
Duke University.