

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 5 (1959)
Heft: 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR QUELQUES PRINCIPES EXTRÉMAUX DE LA PHYSIQUE MATHÉMATIQUE
Kapitel: 5. Un passage Thomson – Dirichlet, à l'aide des lignes de niveau d'une fonction v concurrente pour Dirichlet.
Autor: Hersch, Joseph
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-35495>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

tout point; sa grandeur $p = p(s)$ est fonction de l'arc sur la ligne de flux. L'équation $\operatorname{div} \vec{p} = 0$ est donc équivalente à une équation différentielle *ordinaire*, linéaire et *homogène*, pour $p(s)$; une solution est $\operatorname{grad} \omega$ (c'est-à-dire: $\operatorname{grad} \omega_j$ dans la bande infinitésimale G_j); donc, dans G_j , $\vec{p} = t_j \operatorname{grad} \omega_j$ (t_j est constante dans G_j). Il s'ensuit, par l'inégalité de Schwarz, que

$$\frac{\left(\oint_{\Gamma_1} \vec{p} \cdot \vec{n} ds \right)^2}{\iint_G \vec{p}^2 dx dy} = \frac{\left[\sum_j t_j D(\omega_j) \right]^2}{\sum_j t_j^2 D(\omega_j)} \leq \sum_j D(\omega_j) =$$

$$= D(\omega) = I \leq I = J = D(\varphi),$$

nous avons donc bien une interprétation du principe de Thomson.

5. UN PASSAGE THOMSON \longrightarrow DIRICHLET,
à l'aide des lignes de niveau $\bar{\gamma}$ d'une fonction ν
concurrente pour Dirichlet.

Dans le principe de Thomson ci-dessus, normons \vec{p} en imposant $\oint_{\gamma} \vec{p} \cdot \vec{n} ds = 1$ pour toute courbe fermée γ séparant Γ_0 de Γ_1 ; pour ces champs concurrents \vec{p} , on a

$$D(\varphi) = \operatorname{Max}_{\vec{p}} \left(\iint_G \vec{p}^2 dx dy \right)^{-1}.$$

Admettons maintenant davantage de champs concurrents: imposons la condition $\oint_{\bar{\gamma}} \vec{p} \cdot \vec{n} ds = 1$ pour les seuls lignes de niveau $\bar{\gamma}$ de ν ; le maximum devient plus grand, et nous avons

$$D(\varphi) \leq \operatorname{Max}_{\vec{p}} \left(\iint_G \vec{p}^2 dx dy \right)^{-1};$$

on peut montrer que le maximum à droite est maintenant égal à $D(u)$ (cf. § 3. 1), donc $D(\varphi) \leq D(u) \leq D(\nu)$, et nous retrouvons bien le principe de Dirichlet.