

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 6 (1960)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE  
**Kapitel:** 3. Le groupe de transformations de Lorentz.  
**Autor:** Quan, Pham Mau  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-36343>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

L'espace et le temps sont relatifs à chaque repère lorentzien et différent d'un repère à un autre. Leurs relations sont définies par les formules de transformations de Lorentz.

2. Le déplacement d'une onde lumineuse est telle que  $ds^2 = 0$ . Sa vitesse est donc invariante par changement de repère (c'est  $c$ ).

Toute vitesse réelle est inférieure à celle de la lumière, donc telle que  $ds^2 > 0$ .

3. Le principe II entraîne que toute loi mécanique ou électromagnétique s'exprime par une équation invariante par changement de repère (ou indépendante du choix des coordonnées de  $V_4$ ) et a fortiori invariante par les transformations du groupe de Lorentz. C'est ce qui conduit à l'expression tensorielle des grandeurs en relativité.

3. Le groupe de transformations de Lorentz.

Les transformations de Lorentz laissent invariante la forme quadratique fondamentale  $dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$ . On démontre qu'à une translation près, ce sont des transformations linéaires de matrice  $a = (a_{\lambda\alpha})$

$$x'_\lambda = \sum_{\alpha} a_{\lambda\alpha} x_{\alpha} \quad \text{ou} \quad x' = ax$$

telles que

$${}^t x' \eta x' = {}^t(ax) \eta (ax) = {}^t x {}^t a \eta ax = {}^t x \eta x,$$

soit

$$(3.1) \quad {}^t a \eta a = \eta,$$

où  $\eta = (\eta_{\alpha\beta})$  est la matrice d'éléments  $\eta_{00} = +1$ ,  $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$ ,  $\eta_{\alpha\beta} = 0$  si  $\alpha \neq \beta$ .

Ces transformations forment le groupe dit général de Lorentz. En fait on se limite à des transformations propres qui conservent l'orientation du temps et l'orientation de l'espace: elles sont telles que

$$(3.2) \quad a_{00} \geq 1 \quad \text{et} \quad \det a = +1.$$

Elles forment le groupe propre de Lorentz sous-groupe du groupe général.

A toute transformation de coordonnées  $x_\alpha$  correspond un changement de repère lorentzien qui leur est associé. On voit alors que par des rotations purement spatiales ( $\vec{e}_0$  et  $\vec{e}'_0$  restent fixes), on peut amener  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}'_1$  dans le 2-plan  $(\vec{e}_0, \vec{e}'_0)$ ,  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$  en  $\vec{e}'_2$  et  $\vec{e}'_3$ . Autrement dit, toute transformation propre de Lorentz peut être réalisée comme produit de transformations spatiales pures (ne portant que sur les  $x_i$ ) et d'une transformation dite *spéciale de Lorentz* de la forme

$$\begin{aligned}x'_0 &= a_{00} x_0 + a_{01} x_1 \\x'_1 &= a_{10} x_0 + a_{11} x_1 \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3.\end{aligned}$$

En exprimant les conditions (3. 1) et (3. 2), on trouve

$$(3. 3) \quad \begin{aligned}x'_0 &= x_0 Ch\varphi - x_1 Sh\varphi \\x'_1 &= -x_0 Sh\varphi + x_1 Ch\varphi \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3\end{aligned}$$

$\varphi$  désignant un paramètre. Ces formules traduisent une rotation d'argument  $\varphi$  dans le plan hyperbolique  $(x_0, x_1)$ . La transformation inverse de (3. 3) s'en déduit immédiatement. On peut encore introduire le nombre  $\beta = Th\varphi$  ( $-1 \leq \beta \leq +1$ ) et écrire ces transformations sous la forme devenue classique:

$$(3. 4) \quad \begin{aligned}x'_0 &= \frac{x_0 - \beta x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} & x_0 &= \frac{x'_0 + \beta x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\(a) \quad x'_1 &= \frac{-\beta x_0 + x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} & (b) \quad x_1 &= \frac{\beta x'_0 + x'_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\x'_2 &= x_2 & x_2 &= x'_2 \\x'_3 &= x_3 & x_3 &= x'_3\end{aligned}$$