Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1960)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ZUR DEFINITION DES KRÜMMUNGSRADIUS KONVEXER KURVEN

Bibliographie

Autor: Groemer, Helmut

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-36345

Das bedeutet aber, dass (1) existiert und dass die durch Definition 1 und 3 gegebenen R in diesem Fall übereinstimmen.

Nun werde angenommen, dass (1) existiere. Es sei K der Kreis mit dem durch (1) gegebenen Radius R, der C in P berührt. Es soll zunächst gezeigt werden: Berührt ein Kreis $\overline{K}$ vom Radius $R + \varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$ C im Punkte P, so liegt $\overline{K}$ bei P ausserhalb C. Wäre dies nämlich nicht der Fall, so gäbe es eine Folge von Punkten P_i $(i = 1, 2, \ldots)$ mit $P_i \in C$, $\lim\limits_{i \to \infty} P_i = P$ und P_i ausserhalb $\overline{K}$. Für die Radien R (P, P_i) gälte daher

$$R = \lim_{X \to P} R(P, X) \geqq \varliminf_{i \to \infty} R(P, P_i) \geqq R + \varepsilon \,,$$

was unmöglich ist. Genau so sieht man, dass die analog definierten Kreise K_ε vom Radius $R - \varepsilon$ bei P innerhalb C liegen. Zusammen mit der trivialen Ungleichung $\underline{R} \leqq \overline{R}$ erhält man demnach für jedes positive ε

$$R - \varepsilon \leqq \underline{R} \leqq \overline{R} \leqq R + \varepsilon \,,$$

also $R = \underline{R} = \overline{R}$.

Äquivalenz der Definitionen 2 und 3: Dass das durch (2) oder (1) gegebene R die in Definition 2 genannte Eigenschaft hat, wurde soeben beim Beiweis, dass (2) aus (1) folgt, dargelegt. Liegt umgekehrt ein durch Definition 2 erklärtes R vor, so ist offenbar sowohl $R < \overline{R}$ wie auch $R > \underline{R}$ unmöglich. Also gilt

$$\overline{R} \leqq R \leqq \underline{R} \,,$$

woraus wegen $\underline{R} \leqq \overline{R}$ folgt, dass $R = \overline{R} = \underline{R}$ ist.

LITERATUR

[1.] B. Jessen, Om konvekse Kurvers Krumning. *Mat. Tidsskr. B.*, 50-62 (1929).