

MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIENS EN SUISSE (1850-1950)

Autor(en): **Plancherel, Michel**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1960)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-36340>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATICIENS EN SUISSE¹⁾ (1850-1950)

par Michel PLANCHEREL

Mesdames, Messieurs,

La Société mathématique suisse, dont nous fêtons le cinquantième anniversaire, doit sa fondation à l'initiative de Rodolphe Fueter (Bâle), Henri Fehr (Genève) et Marcel Grossmann (Zurich). Convaincus de l'intérêt scientifique et national qu'il y avait à développer en Suisse la recherche mathématique et à grouper dans ce but les mathématiciens de notre pays, ils demandèrent en mars 1910 à leurs collègues des universités et de l'école polytechnique fédérale de signer avec eux un appel en faveur de sa création. L'appel fut entendu et la société constituée à Bâle le 4 septembre 1910. Fueter, Fehr et Grossmann en furent les premiers présidents. Il est juste que nous rendions aujourd'hui un hommage reconnaissant à leur mémoire.

Je dois l'honneur de vous parler au fait d'appartenir à la société depuis sa fondation et d'en être le plus ancien président encore en vie. Des 102 membres que la société comptait à la fin de l'année 1910, six peuvent fêter avec moi son cinquantenaire. J'ai le plaisir d'en apercevoir quelques-uns dans l'assemblée et je leur adresse mon cordial salut. Je suis certain, Mesdames et Messieurs d'être votre interprète en les remerciant de leur fidélité et en leur présentant vos meilleurs vœux.

La géométrie analytique de Descartes (1596-1650), le calcul infinitésimal de Leibnitz (1646-1716) et de Newton (1642-1727) changent au xvii^e siècle la face de la science mathématique et donnent à la mécanique et à la physique les instruments indispensables à leur progrès. Au début du xix^e siècle la théorie des fonctions analytiques d'une variable complexe de Cauchy (1789-1857) lui infuse un sang nouveau. A la résolution des équations algébriques, la seule question d'analyse dont les mathématiciens antérieurs au xvii^e siècle s'étaient occupés, vient s'ajouter le problème plus vaste et plus important de l'intégration des équations différentielles. C'est sur ces deux grands problèmes

¹⁾ Conférence donnée à la fête du cinquantenaire de la Société mathématique suisse, le 26 juin 1960, à Zurich.

et sur leurs ramifications que s'est concentré presque tout l'effort mathématique du XVIII^e et du XIX^e siècle.

Le XVIII^e siècle, le siècle des Bernoulli (1654-1782), de Leonhard Euler (1707-1783), de Johann Heinrich Lambert (1728-1777) et de Gabriel Cramer (1704-1752) est le « Grand Siècle » mathématique des Suisses. L'histoire en a été écrite dans le livre que M. Edouard Fueter, un neveu de notre premier président Rodolphe Fueter, a publié sous le titre: *Geschichte der exakten Wissenschaften in der schweizerischen Aufklärung* (1680-1780) (H. R. Sauerländer u. Co. Aarau-Leipzig, 1941). La Suisse a donné à la science de la première moitié du XIX^e siècle un très grand géomètre, Jacob Steiner (1796-1863) et un grand analyste, Charles Sturm (1803-1855); mais, comme ce fut le cas pour Euler et Lambert, c'est à l'étranger que ces deux savants ont illustré leur pays d'origine, Steiner à Berlin et Sturm à Paris. En Suisse même, seuls les noms de Simon Lhuilier (1750-1840) à Genève, de Joseph Raabe (1801-1859) et de Karl Heinrich Graeffe (1799-1873) à Zurich sont à retenir pour cette époque. De Lhuilier nous connaissons les formules de trigonométrie sphérique qui portent son nom; on doit à Raabe d'utiles contributions à la théorie de la fonction gamma et un critère de convergence des séries à termes positifs; Graeffe a donné un procédé systématique pratique pour le calcul approché des racines des équations algébriques.

La Suisse ne possédait avant 1850 que trois universités: celle de Bâle qui fête cette année son demi-millénaire, et celles de Zurich et de Berne fondées en 1832, resp. en 1834. L'enseignement des mathématiques s'y réduisait essentiellement à celui de la géométrie et des éléments du calcul infinitésimal. La situation changea avec la création de l'école polytechnique fédérale à Zurich (1855) et la transformation en universités des académies de Genève (1874) et de Lausanne (1890). La fondation de l'université de Fribourg en 1889 et la transformation de l'académie de Neuchâtel en université (1909) portèrent à huit le nombre des établissements possédant des chaires de mathématiques supérieures destinées à l'enseignement et à la recherche. Les savants qui y ont enseigné au cours des cent dernières années ont apporté de nombreuses et importantes

contributions aux sciences mathématiques. Vous rappeler leurs noms et leurs travaux est l'objet de ma conférence. Mais, le temps dont je dispose m'oblige à faire un choix et à me borner à ne vous parler que des plus grands, de ceux dont les œuvres ont eu une influence décisive. Je devrai donc passer sous silence les noms de nombreux mathématiciens dont l'enseignement et les travaux plus modestes ont aussi contribué à élever le niveau scientifique de nos écoles du degré supérieur et du degré moyen. Pour la même raison et aussi parce que leur œuvre n'est pas achevée et que le recul nécessaire manque pour la juger objectivement, je renoncerai à parler des vivants, bien que les travaux de plusieurs d'entr'eux leur ont acquis un renom international.

Ludwig Schläfli fut certainement, après Steiner, le plus grand mathématicien d'origine suisse au XIX^e siècle. Né à Graswil (Berne) en 1814, il s'intéressa aux mathématiques tout en poursuivant et achevant avec succès des études de théologie à l'université de Berne. Maître de mathématiques et de sciences naturelles à la Burgerschule de Thoun de 1837 à 1847, il consacra ses rares loisirs et le peu d'argent qu'il réussissait à économiser sur son maigre traitement à étudier les mathématiques supérieures. La botanique et les langues anciennes (hébreu, arabe, sanscrit, etc.) l'intéressaient aussi. Il entra en relation avec Jacob Steiner, lors d'un séjour de ce dernier à Berne. Sur les instances de Steiner et grâce à un emprunt, il accompagna Borchardt et Steiner en Italie en octobre 1843. Les trois voyageurs rencontrèrent Dirichlet et Jacobi à Florence ¹⁾ et se rendirent à Rome avec eux pour y passer l'hiver ²⁾. Schläfli apprit l'italien en se jouant, servit d'interprète à ses compagnons et

1) On trouve un écho de cette rencontre dans une lettre de Rebecka Dirichlet, née Mendelssohn, à sa sœur Fanny Hensel, datée de Florence, 24.X.1843; elle nous laisse supposer que Schläfli a dû probablement la choquer par son accoutrement ou commettre quelque impair qui l'a mise de mauvaise humeur. Elle écrit: « Gestern ist auch S. (Steiner) eingerückt, was eben nicht für mich zur Verschönerung der Reise wesentlich beitragen wird und hat noch einen Schweizer Jüngling mitgebracht, der ein mathematisches Genie sein soll, sicherlich aber ein Rindvieh ist. Was kann man aber auch erwarten, wenn einer Herr Schläfli heisst. » (S. HENSEL. *Die Familie Mendelssohn, nach Briefen u. Tagebüchern*. 3 Theile. Berlin 1879. Theil III. S. 57.)

2) Le biographe de Schläfli, Johann Heinrich GRAF, en donne l'itinéraire dans l'article: Ludwig Schläfli (1814-1895) (*Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1895*. Bern 1896. S. 120-156): par poste jusqu'à Ouchy-Lausanne, par bateau à vapeur d'Ouchy à Genève, puis par poste jusqu'à Gênes en passant par Chambéry, le Mont-Cenis et Turin, ensuite par bateau de Gênes à Livourne et enfin en voiture à Florence et à Rome.

traduisit en italien deux mémoires de Steiner et un mémoire de Jacobi pour le « Giornale arcadico di scienze e lettere ». Dirichlet et Jacobi s'intéressèrent à lui et Dirichlet consacra ses matinées à l'introduire dans la théorie des nombres. Rentré à Thoune fin avril 1844, il obtint en 1847 la « venia legendi » à l'université de Berne. Au semestre d'été 1853, il annonça au programme, en plus des cours ordinaires, un cours au titre peu habituel: « Geometrische Betrachtung des Wachses der Pflanzen und Conchiliometrie, in noch zu bestimmenden Stunden ». Il faut croire qu'il eut à ce cours quelques auditeurs fidèles, car il annonça au programme du semestre d'hiver suivant un « Repertorium der geometrischen Botanik, mit Berücksichtigung auf die natürlichen Familien ». Le peu d'importance que l'on attachait alors chez nous aux mathématiques supérieures dans l'enseignement universitaire fit qu'il dut attendre jusqu'en 1854 avant d'être nommé professeur extraordinaire, malgré le renom que ses travaux lui avaient déjà acquis. Professeur ordinaire à partir de 1872, il enseigna jusqu'en 1891 et mourut en 1895, dans sa quatre-vingt-deuxième année.

Une lettre que Schläfli adressa en 1852 au directeur de l'Instruction publique du canton de Berne en lui faisant hommage de deux exemplaires d'un travail qu'il avait publié dans les « Denkschriften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien » nous renseigne sur sa situation à cette époque ¹⁾.

« Hatte ich mir die Hoffnung gemacht, mein spärliches Einkommen durch Privatunterricht zu verbessern, so sah ich mich bald auch in dieser Hoffnung getäuscht. Bei der grossen Zahl glücklicherer Privatlehrer fiel mir, der ich hier ganz unbekannt war, von Privatunterricht so viel wie gar nichts zu. Ich bin daher durch meine Habilitation an hiesiger Hochschule, zu welcher ich unter Eröffnung günstiger Aussichten von der Behörde aufgefordert worden, in der That in die drückendste Lage gerathen. Eigenes Vermögen habe ich nicht; das kleine Erbe, das mir von meinen Eltern selig zugefallen, habe ich seiner Zeit der Waisenbehörde von Burgdorf zur Unterhaltung meiner unglücklichen imbeciller Schwester abgegeben; beschränkt einzig auf das (jährliche) Honorar von 400 Franken, muss ich im eigentlichen Sinne des Wortes darben, nicht nur an meiner Person, was ich mit Freuden ertrüge, sondern auch an allen Hilfsmitteln meiner

¹⁾ *Loc. cit.* 1), pp. 126-127.

Wissenschaft. Ich sehe sehr wohl ein, dass Sie, hochgeehrter Herr Direktor, bei dem geringfügigen Bedürfnis nach höherer mathematischer Bildung, das sich hier unter den gegenwärtigen Umständen kund gibt, Anstand nehmen müssen, den Dozenten der Mathematik eben reichlich auszustatten; erlauben Sie mir aber gütigst die Freiheit, Sie in aller Bescheidenheit darauf aufmerksam zu machen, dass die höhere Mathematik und der Lehrstuhl derselben an und für sich doch ein unumgänglich notwendiger und wesentlicher Teil einer universitas litterarum ist, der an keiner Hochschule fehlen darf, dass ich ohne unbescheiden zu sein, behaupten darf, diesen Zweig der Wissenschaft an unserer Hochschule angemessen und würdig zu vertreten, und dass ich für mein Wirken an dieser öffentlichen Anstalt weiter nichts verlange als eine öffentlich anerkannte Stelle, eine Professur mit einer bescheidenen Besoldung, die mich wenigstens davon schützt, an allem Nothwendigen Mangel zu haben. »

Citons encore un épisode que Graf rapporte en ces termes ¹⁾:

« Am Ende des ersten Jahres seiner Thätigkeit in Bern erhielt er den Steuerzettel für den Betrag seines doppelten Gehalts. Schläfli reklamierte. Man entgegnete ihm lachend, er werde doch niemand glauben machen wollen, dass er von seinem winzigen Gehalt leben könne. Schliesslich musste er die doppelte Steuer und noch Verzugstrafe zahlen... Tatsache, ist, dass Schläfli in dieser Zeit im eigentlichsten Sinne des Wortes den « blauen Hunger » gelitten hat... »

Les œuvres de Schläfli ²⁾ ont été éditées par notre regretté collègue Louis Kollros et par MM. J. J. Burkhardt et H. Hadwiger au nom du comité Schläfli de la Société helvétique des sciences naturelles. Elles témoignent de la diversité des domaines que ses recherches ont fructifiés et sont un tardif hommage rendu à ce grand et modeste savant. Qu'il s'agisse des fonctions modulaires, c'est-à-dire des fonctions qui restent invariantes lorsqu'on effectue sur la variable complexe une substitution linéaire à coefficients entiers et à déterminant égal à un, qu'il s'agisse des fonctions sphériques, des fonctions de Bessel, des surfaces du troisième ordre ou des correspondances de points sur une cubique plane, nous trouvons dans les traités modernes sur ces

¹⁾ Voir à la page 197, *loc. cit.* 1), p. 130.

²⁾ Ludwig SCHLÄFLI. *Gesammelte Abhandlungen*. 3 Bde. Birkhäuser Verlag Basel (1950-1955). J. J. BURKHARDT a publié une biographie de Schläfli et un commentaire de ses œuvres dans les *Beihefte zur Zeitschrift Elemente der Mathematik*. Nr. 4 (1948). 23. S.

sujets, sous forme anonyme ou sous son nom, nombre de théorèmes et de formules dues à Schläfli. La représentation qu'il a donnée des fonctions hypergéométriques sous forme d'intégrales définies est classique. On lui doit aussi une étude des surfaces réelles du troisième ordre et leur classification. Le groupement en double-six qu'il a donné pour la configuration formée par les 27 droites situées sur une surface cubique générale fut célèbre à l'époque ¹⁾.

Le premier grand mémoire, qui a assuré la réputation de Schläfli à l'étranger et par ricochet à Berne, a paru en 1852 dans les « *Denkschriften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien* ». Il porte le titre: « *Über die Resultante eines Systems mehrerer algebraischer Gleichungen. Ein Beitrag zur Theorie der Elimination* ». Le problème qu'il résoud est le suivant: Etant donné un système de n équations algébriques indépendantes et homogènes à n inconnues, trouver la condition nécessaire et suffisante que les coefficients de ces équations doivent remplir pour que le système ait une solution non triviale. Bézout, Euler, Cauchy et d'autres ont trouvé cette condition dans le cas $n = 2$; Jacobi et Sylvester l'ont mise sous forme d'un déterminant égalé à zéro. Schläfli montre qu'en adjoignant au système donné n équations linéaires homogènes des n inconnues ayant des indéterminées pour coefficients, on peut obtenir la condition cherchée par des éliminations successives et l'exprimer par une équation algébrique entre les coefficients du système donné; le premier membre de cette équation est appelé le résultant du système. Pour être certain d'obtenir non seulement une condition nécessaire, mais encore suffisante, Schläfli remarque qu'il faut d'abord faire les éliminations en partant d'équations complètes ayant des indéterminées comme coefficients, quitte ensuite à spécialiser ces coefficients dans le résultat. Il admet sans démonstration que le résultant obtenu par sa méthode est irréductible (ce fait n'a été démontré que beaucoup

¹⁾ Le double-six est un système de douze droites de l'espace, qui peuvent être réparties en deux groupes de six réalisant les conditions suivantes: chacune des six droites d'un groupe est associée à une et une seule droite de l'autre groupe, dite son opposée; chaque droite du double-six ne coupe ni les cinq autres droites de son groupe ni son opposée, mais coupe les 5 autres droites de l'autre groupe. Le nombre total des intersections est égal à 30 et le double-six détermine un système de 27 droites. Ce système de 27 droites possède 36 double-six.

plus tard par d'autres). Il détermine les propriétés du résultant (degré, poids, invariance) et fait ensuite diverses applications à la surface cubique et à la détermination de son équation tangentielle.

Le mémoire le plus original et le plus considérable que Schläfli ait rédigé, sa « *Theorie der vielfachen Kontinuität* » peut être appelé son œuvre de jeunesse, puisqu'il l'a présenté à la fin de l'année 1851 à l'Académie des sciences de Vienne, qui en a décliné la publication à cause de sa trop grande étendue (il occupe 219 pages dans le tome I des Oeuvres). Il n'a été publié qu'en 1901, six ans après la mort de son auteur, dans les « *Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften (Bd. 38)* » par les soins de son élève et successeur à Berne, J. H. Graf. Schläfli y généralise à l'espace à n dimensions la géométrie euclidienne; il calcule le volume de la boule n -dimensionnelle, l'élément de volume k -dimensionnel d'une variété linéaire ou sphérique k -dimensionnelle plongée dans cet espace; il donne une formule exprimant la différentielle du volume d'un simplexe n -dimensionnel en fonction des différentielles des longueurs de ses arêtes et des différentielles des volumes $(n - 2)$ -dimensionnels des simplexes $(n - 2)$ -dimensionnels de sa frontière; il établit l'existence de 6 polytopes réguliers convexes dans l'espace à 4 dimensions, de 3 polytopes réguliers convexes dans l'espace à 5 dimensions, celle de polytopes étoilés dans l'espace à 4 dimensions. Schläfli a donné des résumés de sa « *vielfache Kontinuität* » dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* (1855) et dans le *Quarterly Journal of Mathematics* (1858); leur lecture, comme celle du mémoire, est difficile et les résultats qu'ils contiennent, restés pour la plupart ignorés des contemporains, ont été retrouvés plus tard et exposés sous une forme plus accessible par d'autres savants. Plusieurs propositions classiques, citons entr'autres la généralisation aux polytopes convexes de la formule d'Euler qui relie le nombre des sommets, des arêtes et des faces d'un polyèdre convexe, le théorème d'inertie des formes quadratiques réelles, la réduction des transformations orthogonales à la forme canonique se trouvent déjà dans ce mémoire et Schläfli en aurait la priorité s'il avait pu les publier en 1852.

Permettez-moi, en quittant Schläfli, de signaler un mémoire qui aurait mérité à son auteur de ne pas être totalement oublié s'il avait été publié à la date présumée de sa rédaction. Il s'agit d'un article posthume du Genevois Charles Cellérier (1818-1890), maître de mathématiques à l'école technique de Genève de 1854 à 1875, puis professeur de mécanique à l'université de cette ville. Cellérier a publié un certain nombre de travaux de mécanique et de physique. L'article posthume en question semble être le seul travail important de mathématiques qu'il ait rédigé. Il porte le titre: « Sur les principes fondamentaux de l'Analyse ». Trouvé dans les papiers laissés par Cellérier, il a été publié par le professeur Cailler dans le tome 14 (1890) du *Bulletin des sciences mathématiques*. M. Cailler l'a fait précéder de la notice suivante:

« Entièrement écrit de sa main sur un papier jauni par le temps, l'auteur a mis sur la feuille qui le renfermait la suscription « Très important et je crois nouveau. Rédaction correcte. Peut » être publié tel quel. » Le mémoire ne porte aucune date et il sera sans doute impossible de savoir si les résultats essentiels qu'il contient ont été ou non obtenus avant ceux que l'on doit à Weierstrass, Schwarz, du Bois-Reymond, Darboux, Dini, etc. Quoi qu'il en soit, ils ont été obtenus indépendamment des travaux que nous venons de rappeler, comme le prouvera la lecture du mémoire et en particulier la phrase suivante que l'auteur n'aurait certainement pas écrite s'il avait eu connaissance des recherches dont les fondements de l'Analyse ont été l'objet depuis une vingtaine d'années: « On pourrait par un raisonnement » analogue démontrer quelques autres propriétés essentielles de » toutes les fonctions continues, celle de ne pouvoir passer d'une » valeur à une autre sans devenir exactement égale à tout nombre » intermédiaire, d'être susceptible d'une valeur maxima et » minima qu'elle atteint pour une valeur au moins de la variable. » Ces questions offrent peu d'intérêt. » Ce passage suffirait, s'il en était besoin, à ne pas mettre en doute la bonne foi de Cellérier. »

Terminologie mise à part, on trouve dans le mémoire de Cellérier des définitions correctes de la continuité uniforme, de la convergence uniforme, une démonstration rigoureuse de la légitimité de l'intégration terme à terme des séries uniformément convergentes de fonctions continues, des exemples simples de séries non uniformément convergentes et non intégrables terme

à terme, un exemple de fonction continue sans dérivée, différent de celui donné par Weierstrass¹⁾. Cellérier avait une grande répulsion à publier, dit Cailler, et quand il avait achevé un travail, il l'enfouissait dans un tiroir et n'y pensait plus.

L'ouverture de l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich en 1855 marque une date importante dans la vie scientifique de notre pays. Raabe, dont j'ai déjà parlé, devint le premier professeur de calcul infinitésimal à l'école, tout en conservant sa chaire à l'université. Mais il tomba bientôt malade et l'école se vit obligée de lui trouver un successeur²⁾. Le choix tomba sur Richard Dedekind³⁾.

Johann Richard Dedekind (1831-1916) était privat-docent à Goettingue lorsqu'il fut appelé en février 1858 à succéder à Raabe. En 1862, il accepta une chaire à l'Ecole technique supérieure de Braunschweig, sa ville natale. Ses travaux sur les nombres algébriques, sa création des idéaux, sa théorie « arithmétique » des fonctions algébriques, etc., le classent parmi les grands mathématiciens du XIX^e siècle⁴⁾. Dedekind s'intéressa à la vie scientifique zurichoise et la *Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich* contient quelques-unes de ses premières publications. Les plus importantes ont cependant paru après son départ de Zurich. Je ne les analyserai donc pas et je me bornerai à mentionner que l'opuscule célèbre *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, dont la première édition a vu le jour en 1872 et dans lequel il définit le nombre irrationnel par une « coupure » séparant l'ensemble des nombres rationnels en deux classes contigües, doit son origine à l'enseignement qu'il a donné à Zurich. Il le rappelle en ces termes dans la préface :

1) Dans l'article « On infinite derivatives » du tome 47 (1916) du *Quarterly Journal of Mathematics*, M^{me} Grace Chisholm Young affirme tenir du physicien genevois Raoul Pictet, un élève de Cellérier, que ce dernier lui aurait, après 1860, parlé d'une fonction continue sans dérivée qu'il aurait construite. Il est donc possible que Cellérier ait rédigé son mémoire avant 1870.

2) Le nom de Bernhard Riemann fut avancé. Le président du Conseil de l'école, Karl Kappeler, se rendit à Goettingue et assista à une leçon de Riemann. Je tiens du professeur Geiser qu'il le jugea « zu stark in sich gekehrt » pour enseigner à de futurs ingénieurs.

3) L'historien W. OECHSLI écrit dans la *Festschrift zur Feier des fünfzigjährigen Bestehens des eidg. Polytechnichums* (Verlag Huber u. Co., Frauenfeld, 1907) : « Dedekind öffnete die glänzende Reihe von Mathematikern, die das Zürcher Polytechnichum zu einem Hauptsitz ihrer Wissenschaft erhoben ».

4) V. Richard DEDEKIND. *Gesammelte Mathematische Werke*, hrsg. von R. Fricke, E. Noether u.O. Ore. 3 Bde. Braunschweig, 1930-1932.

« Die Betrachtungen, welche den Gegenstand dieser kleinen Schrift bilden, stammen aus dem Herbst 1858. Ich befand mich damals als Prof. am eidg. Polytechnicum in Zürich zum ersten Mal in der Lage die Elemente der Differentialrechnung vortragen zu müssen, und fühlte dabei empfindlicher als jemals früher den Mangel einer wissenschaftlichen Begründung der Annäherung einer veränderlichen Grösse... »

Membre de la Société helvétique des sciences naturelles à partir de 1861, il en devint membre honoraire en 1911. L'édition des œuvres d'Euler l'intéressa vivement et il ne lui ménagea ni son appui moral ni son appui matériel, comme il ressort d'une lettre qu'il écrivit le 27 avril 1908 au professeur Rudio, le rédacteur général des *Œuvres* ¹⁾:

« In meinem hohen Alter möchte ich noch das grossartige Unternehmen der SNG mit herzlicher Freude begrüssen und durch eine bescheidene Zeichnung zu unterstützen suchen. »

Il écrivit encore au même le 23 septembre 1909 ²⁾:

« Vor kurzem habe ich zu meiner Freude in den Pariser Comptes rendus gelesen, dass die SNG einstimmig beschlossen hat in Lausanne die Werke Eulers in der Sprache des Originals wiederzugeben, was mir viel natürlicher erscheint, als der neulich in der Frankfurter Zeitung enthaltene Vorschlag des Herrn W. Ahrens (Magdberg) alles in deutscher Sprache herauszugeben. »

L'Ecole polytechnique fédérale est restée reconnaissante à Dedekind des grands services qu'il lui a rendus à ses débuts. Lorsqu'elle eut le droit, à partir de 1909, de délivrer des diplômes de doctorat, Dedekind fut le premier auquel elle conféra le titre de docteur honoris causa en mathématiques.

Edwin Bruno Christoffel (1829-1900) succéda à Dedekind en 1862. Professeur brillant, il fut le véritable créateur et l'organisateur de la section des sciences mathématiques et naturelles de l'Ecole polytechnique. Il fut aussi le premier doyen de cette section, dont le but principal était alors la formation de maîtres de gymnases. Ses recherches sur la théorie des surfaces et sur celle des invariants datent de son séjour à Zurich. Son nom reste attaché aux « indices de Christoffel », bien connus de tous

¹⁾ Cité d'après une notice de F. RUDIO dans la *Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*. Bd. 61, S. 729.

²⁾ *Loc. cit.* 1).

ceux qui ont étudié la géométrie différentielle des surfaces, et aux formules de Schwarz-Christoffel, qui donnent la représentation conforme des aires polygonales sur le cercle ¹⁾. Convaincu que les idées de Riemann détermineraient pendant longtemps l'évolution des mathématiques, Christoffel usa avec insistance de son influence pour faire venir à ses côtés, en 1865, Friedrich Emil Prym (1841-1915), un élève de Riemann ²⁾. Les publications de Prym sur l'intégration de l'équation $\Delta u = 0$ sur une surface à plusieurs feuilletés, sur la construction d'une fonction analytique ayant sur cette surface des singularités données, ont contribué à rendre les travaux de Riemann accessibles à ses contemporains. On trouve encore un écho des services qu'il a ainsi rendus dans le dernier mémoire que Christoffel a rédigé, mais dont la mort l'a empêché de voir la publication dans le tome 54 des *Mathematische Annalen*. Il y écrit: « Ich kann diese Gelegenheit nicht vorübergehen lassen ohne die unbeschreiblichen Verdienste in Erinnerung zu bringen, welche Herr Prym sich durch seine damaligen Publikationen um das Verständnis Riemanns erworben hat ».

Christoffel et Prym quittèrent Zurich en 1869 pour aller, le premier à la Gewerbeakademie de Berlin, le second à l'Université de Würzburg. Hermann Amandus Schwarz (1843-1921) et Heinrich Weber (1842-1913) leur succédèrent. Tout étudiant des semestres supérieurs a entendu parler de l'inégalité de Schwarz, du lemme de Schwarz, du principe de symétrie de Schwarz, des formules de Schwarz-Christoffel, de l'invariant différentiel de Schwarz. Les travaux de ce grand géomètre sur les surfaces minima, sur le problème de Dirichlet et la représentation conforme font époque ³⁾. Plusieurs des plus importants

¹⁾ Voir E. B. CHRISTOFFEL. *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, hrsg. von L. Maurer. 2 Bde. Leipzig. B. G. Teubner, 1910. Le Tome I contient une biographie de Christoffel et une analyse de ses œuvres, due à C. F. Geiser.

²⁾ Voir la biographie de Prym par A. KRAZER dans le tome 25 (1916) du *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*.

³⁾ Voir pour la biographie de Schwarz: Georg HAMEL. Zum Gedächtnis an H. A. Schwarz (*Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*. Bd. 32 (1923). S. 1-13). Citons-en le passage suivant: « Sein offenes, etwas derbes, fast polterndes Gebaren und sein entsprechender Humor, sein naives, ungekünsteltes Wesen, das ihn veranlasste, manches auszusprechen, was andere ängstlich verborgen hätten, fand wohl meist Verständnis und heitere Zustimmung, wenn auch hier und da eine abstossende Wirkung auf empfindliche Gemüter nicht zu verkennen war... Schwarz gehörte zu den seltenen Naturen, die wirklich anderen helfen. Man ging als Student gern zu ihm, sowie er gern

datent de son séjour à Zurich. Schwarz a attribué lui-même le succès de ses recherches à l'aide que la géométrie et l'analyse s'y donnent mutuellement ¹⁾. S'agit-il, par exemple, de déterminer la surface minima limitée par le quadrilatère gauche formé par quatre arêtes d'un tétraèdre régulier, c'est l'analyse et la théorie des fonctions elliptiques qui lui donnent le moyen de résoudre ce problème de géométrie. Veut-il trouver tous les cas où l'intégrale générale de l'équation différentielle hypergéométrique est une fonction algébrique de la variable indépendante, il ramène le problème à la recherche des triangles sphériques dont les symétries par rapport à leurs côtés engendrent par répétition une famille de triangles congruents recouvrant la sphère un nombre fini de fois et sans lacunes. De même, s'il s'agit de construire une fonction analytique qui reste invariante pour une infinité de substitutions linéaires, ce sont des considérations essentiellement géométriques qui lui donnent la solution.

Riemann faisait reposer sa théorie des fonctions algébriques sur l'existence d'une fonction harmonique dans un domaine et prenant sur sa frontière des valeurs données. Il ramenait la recherche de cette fonction à celle de la solution du problème suivant du calcul des variations: trouver, dans l'ensemble des fonctions deux fois différentiables dans le domaine et prenant sur la frontière les valeurs données, celle pour laquelle l'intégrale du carré du gradient a la valeur minimale. Sa démonstration prêtait à une objection grave, mettant en cause la légitimité des conséquences qu'il tirait. Il admettait implicitement que l'existence d'une borne inférieure de l'intégrale avait pour conséquence celle d'une fonction rendant l'intégrale égale à cette borne. Schwarz et C. Neumann ont, les premiers, établi l'existence de la fonction harmonique cherchée. La méthode « alternée » qu'ils ont donnée pour la résolution du problème de Dirichlet et les travaux de Schwarz sur la représentation conforme des aires

zu den Studenten kam. Er sprach manches offenes Wort frisch von der Leber weg, aber er hörte auch gern ein offenes Wort. Die Nachtsitzungen nach seinen Colloquien waren ein Labsal für alle Teilnehmer, eine Quelle tiefen Behagens. Wohl immer nahm man daraus etwas an Lebensweisheit mit nach Hause... Und so waren seine Colloquien eine strenge ausgezeichnete Schule. Etwas konservativ war ja diese Schule. Vielleicht, dass Schwarz zu früh seine eigene Entwicklung abgeschlossen hatte. »

¹⁾ Voir *Sitzungsberichte der königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, Bd. XXVI, S. 623-626, Berlin, 1893. Antrittsrede von H. A. SCHWARZ.

planés simplement connexes sur le cercle sont trop connus pour que je m'y arrête. Ils ont ouvert la voie à la théorie des fonctions automorphes de Félix Klein et d'Henri Poincaré ainsi qu'aux belles recherches de Poincaré et de Koebe sur l'uniformisation des fonctions analytiques.

L'étude des surfaces minima a conduit Schwarz à établir dans le cas $k \geq 0$ l'existence de la plus petite valeur fondamentale λ du problème aux limites: $\Delta u + \lambda k u = 0$ dans un domaine et $u = 0$ sur sa frontière. La méthode employée a servi plus tard de modèle à Erhard Schmidt pour démontrer l'existence d'une valeur fondamentale de l'équation intégrale linéaire à noyau symétrique réel.

Schwarz prit une part active à la vie scientifique zurichoise et suisse. Pour la première fois depuis que la Société helvétique des sciences naturelles existait, une section mathématique spéciale se constitua le 22 août 1871 sous sa présidence à la 54^e session annuelle de la société, à Frauenfeld. Au programme figurait une communication du professeur Geiser sur la génération de la surface des ondes de Fresnel par un procédé de Steiner et un rapport de Schwarz sur ses recherches concernant la fonction hypergéométrique. A la 56^e session, qui se tint à Schaffhouse en 1873, Schwarz donna un exemple de fonction continue sans dérivée ainsi que des conditions suffisantes pour assurer l'égalité des dérivés secondes mixtes $\frac{d^2f}{dx dy}$, $\frac{d^2f}{dy dx}$. A la même réunion, Geiser fit une conférence sur la vie et les œuvres de Jacob Steiner. Lors de la 57^e session, Schwarz prit plaisir à donner à ses auditeurs une vérification expérimentale des résultats théoriques qu'il avait obtenus sur les surfaces minima, en particulier sur la surface hélicoïdale, en plongeant le contour donné dans une solution de glycérine. Après le départ de Schwarz en 1875 la section spéciale de mathématiques entra en léthargie jusqu'en 1910, année où la Société mathématique suisse fut fondée et devint une section affiliée à la Société helvétique des sciences naturelles.

Les premiers travaux de Heinrich Weber s'inspirent de ceux de Riemann, Kronecker et Dedekind. A Riemann se rattachent plus spécialement ceux qu'il a consacrés aux problèmes aux limites des équations aux dérivées partielles et aux développe-

ments des fonctions en séries de Fourier-Bessel, à l'étude des fonctions abéliennes de genre 3 et à la théorie des caractéristiques des fonctions theta. Ce n'est qu'après son départ de Zurich qu'il publia avec Dedekind une théorie des fonctions algébriques qui s'inspire à la fois des idées de Riemann et de celles que Kronecker et Dedekind ont développées dans leurs travaux sur les idéaux. Grâce à ses écrits, les beaux travaux de Kronecker sur les équations abéliennes et la multiplication complexe des fonctions elliptiques ont été rendus accessibles à un cercle plus étendu. Il a donné la première démonstration rigoureuse et complète du théorème de Kronecker affirmant que les racines des équations abéliennes à coefficients entiers sont des fonctions rationnelles à coefficients entiers des racines de l'unité. Son magistral traité d'algèbre en trois volumes marque l'état de cette discipline à la fin du XIX^e siècle ¹).

Georg Friedrich Frobenius (1849-1917), élève de Kummer, Kronecker et Weierstrass, succéda à Schwarz. Il occupa la chaire de calcul différentiel et intégral de l'Ecole polytechnique pendant 17 ans, de 1875 à 1892, année où il fut appelé à l'université de Berlin. C'est pendant ses années zurichoises que parurent ses importants mémoires sur l'intégration des équations différentielles linéaires, sur le problème de Pfaff, sur les substitutions linéaires, les formes bilinéaires et les systèmes de nombres hypercomplexes. Pour juger avec compétence l'œuvre de Frobenius, il faudrait dominer mieux que je ne puis le faire tous les domaines où son activité s'est exercée. Je le laisserai se caractériser, lui et l'œuvre de sa période zurichoise, en citant quelques passages de son discours de réception à l'Académie de Berlin ²).

« Die Behandlung algebraischer Fragen übte von Anfang an einen besonderen Reiz auf mich aus und zu ihnen bin ich mit Vorliebe immer wieder zurückgekehrt, wenn ich nach anstrengenden analytischen Arbeiten eine Ruhepause bedurfte. In gleicher Weise fesselten mich die beiden Richtungen der modernen Algebra, die Theorie der Gleichungen und die Theorie der Formen.

¹) Voir l'article nécrologique de A. Voss sur Weber (*Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*. Bd. 23 (1914), S. 431-444).

²) *Sitzungsberichte der königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, Bd. XXVI, S. 626-628, Berlin, 1893.

In dieser zog mich die Lehre von den Determinanten, in jener die von den Gruppen vorzugsweise an. Der Gruppenbegriff, durch Gauss und Galois in die Mathematik eingeführt, hat in neuerer Zeit in allen Zweigen unserer Wissenschaft eine fundamentale Bedeutung erlangt, besonders auch in die Teile der Arithmetik zu den Kummers Entdeckung der idealen Zahlen den Grund gelegt hat. Ist doch ein grosser Teil der Ergebnisse, die wir unter dem Namen Zahlentheorie zusammenfassen, nichts anders, als eine Theorie der Gruppen vertauschbarer Elemente, der endlichen sowohl als der unendlichen, wofern sie von endlichen Rang sind.»

Parlant de ses travaux sur les fonctions de Jacobi de plusieurs variables, il dit ensuite:

« Den Zusammenhang zwischen der Theorie der Jacobischen Transzendenten und der Lehre von den algebraischen Funktionen zu erforschen, war das grosse Problem, das Riemann und Weierstrass gelöst hatten, indem sie von den Eigenschaften der Integrale algebraischer Funktionen ausgingen. Es blieb noch übrig, umgekehrt aus den Relationen zwischen den Thetafunktionen neu die Theorie der algebraischen Grössen und ihrer Integrale zu entwickeln... In der Theorie der Thetafunktionen ist es leicht, eine beliebige grosse Menge von Relationen aufzustellen, aber die Schwierigkeit beginnt da, wo es sich darum handelt, aus diesem Labyrinth von Formeln einen Ausweg zu finden. Die Beschäftigung mit dieser Formelmasse scheint auf die mathematische Phantasie eine verdorrende Wirkung auszuüben. Manche der bedeutenden Forscher, deren zähe Beharrlichkeit es gelang, die Theorie der Thetafunktionen von 2, 3, 4 Variablen zu fördern, ist nach den hervorragenden Proben glänzendster analytischer Begabung auf lange Zeit oder für immer verstummt. Ich habe diese Lähmung der mathematischen Schaffenskraft dadurch Herr zu werden gesucht, dass ich immer wieder an den Jungbrunnen der Arithmetik Erholung gesucht habe.»

Les travaux classiques que Frobenius a publiés ensuite à Berlin sur les groupes abéliens, la représentation des groupes finis par des substitutions linéaires et sur leurs caractères ont fait de lui un maître de la théorie des groupes et ont pleinement confirmé l'affirmation qu'il émettait dans la dernière phrase que j'ai citée.

Ludwig Stickelberger (1850-1936), privat-docent à Zurich de 1874 à 1879, reçut en 1879 une chaire à l'université de Fribourg en Brisgau. On lui doit l'étude du groupe des transformations

orthogonales; il démontra aussi avec Frobenius l'existence d'une base dans les groupes abéliens finis.

De Friedrich Schottky (1851-1935), qui enseigna à Zurich de 1882 à 1892 aux côtés de Frobenius, nous sommes redevables de profondes recherches sur les fonctions abéliennes et sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes. Un théorème célèbre de Riemann affirme que l'on peut toujours (et cela de ∞^3 manières) appliquer biunivoquement et d'une manière conforme les intérieurs de deux domaines plans limités par une courbe. Si les domaines sont limités par le même nombre $p + 1$ ($p \geq 0$) de courbes, cette application n'est plus possible, en général. Schottky a donné les conditions nécessaires et suffisantes qui la rendent possible. Partant d'un domaine plan limité par $p + 1$ courbes il superpose deux exemplaires du domaine et les soude le long des courbes frontières. Le disque infiniment mince à p trous qu'il obtient a deux faces et forme une surface de Riemann fermée à laquelle correspond une classe de fonctions algébriques, uniformes sur le disque, dépendant de $3p - 3 + \rho$ paramètres ($\rho = 0$, si $p > 1$; $\rho = 1$, si $p = 1$; $\rho = 3$, si $p = 0$), appelés les modules de Riemann. Pour que les deux domaines soient alors applicables biunivoquement et d'une manière conforme l'un sur l'autre, il faut et il suffit qu'ils aient le même système de modules. On doit aussi à Schottky une généralisation importante d'un théorème de Landau, lui déjà généralisation du célèbre théorème de Picard sur les fonctions entières. La nature de Schottky, moins dynamique que celle de Frobenius, est caractérisée comme suit dans l'adresse que l'école polytechnique lui envoya lors de son 80^e anniversaire: « ... Alle diejenigen, die das Glück hatten Ihre persönlichen Kollegen zu sein, bewundern und loben immer wieder die menschliche Güte Ihres Charakters, die den Verkehr mit Ihnen so angenehm und wertvoll machte. In ihren Augen sind Sie der reine Vertreter jenes Gelehrtentums, das gleichgültig gegen die Güter dieser Welt, die bescheidene und weise Einfalt besitzt, die das Zeichen hoher Gedanken ist und die den Dichter und Träumer veräht... ».

Les chaires laissées vacantes par le départ de Frobenius et de Schottky (ce dernier fut aussi appelé à Berlin) furent occupées

par Adolphe Hurwitz (1859-1919) et Hermann Minkowski (1864-1909). Les œuvres du premier ont été éditées par Georges Pólya au nom de la section des sciences mathématiques et physiques de l'École polytechnique¹⁾, celles du second par David Hilbert, Andreas Speiser et Hermann Weyl²⁾.

Hurwitz fut non seulement un professeur remarquable par la clarté de son enseignement et son talent d'exposition, il fut aussi un grand savant. A l'âge de 17 ans, encore élève au gymnase réel de Hildesheim, sa ville natale, il publie en collaboration avec son maître, Hannibal Schubert, une note sur un théorème de géométrie « énumérative » de Michel Chasles. Sa thèse de doctorat développe une théorie des fonctions modulaires indépendante de celle des fonctions elliptiques. A peine âgé de 25 ans, il est appelé comme professeur extraordinaire à Königsberg, sur la proposition de Ferdinand Lindemann (le mathématicien qui a définitivement tranché dans le sens négatif la célèbre question de la quadrature du cercle en établissant que le nombre π est transcendant). En 1892, le président du Conseil de l'EPF, alors Hermann Bleuler, se rendit personnellement à Königsberg pour offrir à Hurwitz la chaire que le départ de Frobenius laissait vacante. Hurwitz accepta. Quelques jours après, mais trop tard pour Goettingue, il recevait un appel de cette université, lui demandant de succéder à Schwarz qui allait à Berlin.

Les contributions de Hurwitz à l'arithmétique supérieure, à l'algèbre, à l'analyse et à la géométrie sont nombreuses et importantes. Je n'en rappellerai que quelques-unes et mon choix est arbitraire. En théorie des nombres il donne une démonstration nouvelle du théorème fondamental de Dedekind sur la décomposition d'un idéal en idéaux premiers et il développe une théorie des quaternions entiers. En algèbre, il donne un critère pour que les racines d'une équation à coefficients numériques réels aient toutes leurs parties réelles négatives. Schwarz avait montré que les courbes de genre 0 et 1 sont les seules qui puissent être transformées en elles-mêmes par une substitution

1) Adolf HURWITZ. *Mathematische Werke*. 2 Bde. Basel 1932. Verlag von Emil Birkhäuser. Le tome I contient les articles nécrologiques de D. Hilbert et de E. Meissner.

2) Hermann MINKOWSKI. *Gesammelte Abhandlungen*. 2 Bde. Leipzig. 1911. B. G. Teubner. Le tome I contient un article nécrologique de D. Hilbert.

birationnelle renfermant un paramètre arbitraire; Hurwitz fait l'étude des courbes de genre supérieur à 1, admettant un nombre fini de transformations birationnelles en elles-mêmes. Il étudie aussi pour les petites valeurs de m la relation entre le nombre m des feuilletts d'une surface de Riemann, le nombre n de ses points de ramification et le genre p de la surface. Il est le premier à donner, pour le groupe des transformations orthogonales et celui des transformations unimodulaires, ce que nous appelons aujourd'hui la mesure invariante de Haar dans un groupe topologique. En géométrie, il donne des applications géométriques de la série de Fourier et il établit la propriété isopérimétrique du cercle en se servant de la formule de Parseval.

Le séjour de Minkowski à Zurich ne dura que quelques années, de 1896 à 1902. Jeune homme, il obtint le grand prix des sciences mathématiques de l'Académie des sciences de Paris, pour son mémoire sur les formes quadratiques à coefficients entiers. Sa *Geometrie der Zahlen*, son article: *Volumen und Oberfläche* et ses autres travaux font de lui un des mathématiciens les plus originaux de la fin du XIX^e et du début du XX^e siècle. La conférence dans laquelle il interpréta la relativité restreinte d'Einstein comme une géométrie non-euclidienne de l'espace à 4 dimensions eut un grand retentissement. Minkowski quitta Zurich en 1902 et se rendit à Göttingue.

A Fribourg où il enseigna de 1896 à 1906, Matyas Lerch (1860-1922) publia de nombreux travaux sur la fonction gamma incomplète, sur le logarithme intégral et sur d'autres intégrales définies. Plusieurs de ses écrits ont contribué à l'époque à clarifier la notion de frontière naturelle d'une fonction analytique, à préciser la différence entre expression et fonction analytique; il a donné des exemples typiques de comportement de la série de Taylor sur son cercle de convergence et de classes de fonctions continues sans dérivées. En même temps que Volterra, il a donné une démonstration du théorème de Weierstrass sur l'approximation d'une fonction continue par des polynômes, basée sur l'approximation par des polynômes trigonométriques de la fonction représentée par une ligne polygonale. En théorie des nombres, il s'est surtout intéressé aux sommes de Gauss, aux quotients de Fermat et au calcul du nombre des classes des

formes quadratiques binaires aux coefficients entiers et son *Essai* sur ce calcul lui a valu en 1900 le grand prix des sciences mathématiques de l'Académie des sciences de Paris. Lerch quitta Fribourg pour se rendre à l'École technique supérieure tchèque de Prague; en 1920, il devint professeur à l'université de cette ville. Il mourut en 1922. ¹⁾

Theodor Reye (1838-1919), Wilhelm Fiedler (1832-1912) et Karl Friedrich Geiser (1843-1934) peuvent être regardés comme les représentants les plus importants en Suisse des disciplines géométriques désignées sous le nom de géométrie de situation, de géométrie synthétique et de géométrie descriptive. Reye enseigna la géométrie projective comme privat-docent à Zurich de 1863 à 1867 avant de devenir professeur à l'École supérieure technique de Aachen et Wilhelm Fiedler celle de la géométrie descriptive et de la géométrie de position à l'EPF de 1867 à 1912. On doit à Fiedler de nombreux travaux sur la géométrie descriptive et sur son exposition systématique à partir de la projection centrale. Ses traductions des ouvrages de Salmon ont contribué à faire connaître sur le continent les travaux de géométrie et de théorie des invariants de l'école anglaise de Cayley et de Salmon. Le successeur de Fiedler fut Marcel Grossmann (1878-1936). Camarade d'études et ami d'Albert Einstein, sa connaissance des travaux de Ricci et de Levi-Civita sur le calcul tensoriel lui permirent de rendre Einstein attentif au fait que l'instrument mathématique adéquat pour formuler et développer sa théorie de la relativité générale existait déjà; il lui rendit aussi un grand service en le familiarisant avec ce calcul.

Carl Friedrich Geiser était un neveu de Jacob Steiner. Il occupa, à l'École polytechnique, la chaire de géométrie synthétique et de géométrie analytique, d'abord comme privat-docent, puis comme professeur de 1869 à 1913. Geiser établit par voie géométrique une série de théorèmes sur la configuration des tangentes doubles d'une courbe du 4^e ordre, théorèmes que Hesse et Steiner avaient obtenus par des méthodes analytiques. Il élucida aussi les questions de réalité des tangentes doubles de

¹⁾ Voir Frank LUDWIG: On the life of Prof. Matyas Lerch et Škrašek Ľosef: List of works of Prof. Matyas Lerch (*Časopis Pěst Mat.*, vol. 78 (1953), pp. 119-137 et 139-148).

ces courbes. Il montra avec Darboux que si on néglige une des 27 droites de la surface cubique ainsi que les 10 autres qu'elle coupe, les 16 droites restantes forment une configuration engendrée par les 16 droites d'une surface du 4^e ordre possédant des plans bitangents. Plusieurs fois directeur de l'EPF (1881-1887 et 1891-1895), très lié avec Kappeler, le président du Conseil de l'école, et possédant sa confiance, Geiser joua un rôle discret, mais important, dans le choix des professeurs de mathématiques de cet établissement. Premier président de la commission fédérale de maturité, il contribua à relever le niveau mathématique de l'enseignement moyen. Initiateur et organisateur du premier congrès international des mathématiciens (Zurich 1897), il en fut aussi le président.

Rodolphe Fueter, élève de Hilbert, fut d'abord privat-docent à Marbourg et Clausthal, puis professeur à Bâle de 1908 à 1916 avant d'occuper la chaire laissée vacante à l'université de Zurich par le départ de Zermelo. Il a publié une série de livres destinés à l'enseignement. La plupart de ses travaux concernent la théorie des nombres; ils traitent des équations abéliennes dans les corps de nombres algébriques, des formes d'Hermite, du groupe de Picard, et de la multiplication complexe des fonctions elliptiques sur laquelle il a publié des leçons¹⁾ dans lesquelles il démontre entr'autres que les valeurs singulières des fonctions elliptiques engendrent toutes les équations abéliennes relativement à un corps quadratique imaginaire pris comme domaine de rationalité. Vers la fin de sa vie Fueter s'est intéressé aux fonctions d'une variable quaternionienne. Il en a étudié une classe spéciale, qui présente des analogies avec celle des fonctions analytiques classiques. La non-commutativité de la multiplication des quaternions fait que l'analogie n'est pas complète et que les applications qu'on peut donner sont peu nombreuses. Il a cependant pu déduire de sa théorie une démonstration nouvelle d'un théorème important de Hartogs sur les fonctions analytiques de plusieurs variables.²⁾

1) Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen, von Dr. R. Fueter unter Mitwirkung von Dr. M. Gut. 2 Bde. Leipzig 1923-1927. B. G. Teubner.

2) Sur la vie et les travaux de R. Fueter, voir J. J. BURCKHARDT: *Vierteljahresschrift der Naturforschender Gesellschaft in Zürich*, Bd. 95 [1950], S. 284-287.

Hermann Weyl (1885-1955), privat-docent à Göttingue, arriva en 1913 à Zurich avec une réputation scientifique pleine de promesses pour son avenir. Il venait de publier un mémoire important sur les problèmes aux limites selfadjoints des équations différentielles linéaires singulières du second ordre. Son livre célèbre: *Die Idee der Riemannschen Fläche* venait de sortir de presse; on y trouvait pour la première fois une définition de la surface de Riemann répondant aux exigences de rigueur réclamées par la théorie des ensembles et la topologie; la théorie des fonctions analytiques sur une surface de Riemann y était développée en partant d'une démonstration nouvelle du principe de Dirichlet, inspirée des travaux de E. Levi, S. Zaremba et H. Lebesgue. Parmi les travaux importants que Weyl a publiés pendant l'époque zurichoise de sa vie, je noterai plus spécialement ses études sur la distribution asymptotique des valeurs fondamentales de l'équation intégrale à noyau symétrique réel, sur la répartition homogène des nombres (mod. 1), sur la représentation des groupes topologiques compacts (théorème de Peter-Weyl) et des groupes continus semi-simples et le mémoire dans lequel il rattache la théorie des fonctions presque périodiques de H. Bohr à celle des équations intégrales linéaires. Ses recherches de géométrie différentielle et ses ouvrages: *Raum, Zeit, Materie; Gruppentheorie und Quantenmechanik; Philosophie der Mathematik und der Naturwissenschaften* ont eu plusieurs éditions et, ont été traduits dans plusieurs langues. Un choix de ses œuvres: *Selecta Hermann Weyl*, édité par l'« Institute of Advanced Studies » de Princeton (dont Weyl était membre depuis 1933) et l'Ecole polytechnique fédérale a pu lui être présenté lors de son septantième anniversaire et a paru chez Birkhäuser à Bâle. Weyl enseigna pendant dix-sept ans à Zurich; il occupa de 1930 à 1933 la chaire de son ancien maître David Hilbert à Göttingue, puis se rendit aux Etats-Unis.

J'ai déjà cité, en parlant de Schläfli, le nom de Johann Heinrich Graf (1852-1918). Il est l'auteur de travaux sur la fonction gamma, sur les fonctions sphériques et de Bessel, qui apportent des résultats nouveaux ou donnent de nouvelles démonstrations de théorèmes déjà connus. Il a publié de nombreuses notices intitulées *Notizen zur Geschichte der Mathematik*

u. der Naturwissenschaften in der Schweiz dans les *Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern*. Je rappelle aussi que l'astronome Rudolf Wolf (1816-1893) et Ferdinand Rudio (1856-1929) ont donné dans la *Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich* des *Notizen zur Kulturgeschichte der Schweiz*.

Dmitri Mirimanoff (1861-1945), professeur aux universités de Genève et de Lausanne, a apporté des contributions intéressantes à la théorie des ensembles de points et au calcul des probabilités; on lui doit un critère important de résolubilité de l'équation diophantique de Fermat $x^n + y^n = z^n$ ¹⁾.

Bien que n'ayant pas enseigné en Suisse, le grand mathématicien anglais William Henry Young (1863-1942) et son épouse Grace Chisholm Young (1868-1944) y ont vécu près de trente ans et ont publié pendant ce temps une série de travaux importants sur la théorie des ensembles, sur celle des fonctions de variables réelles, sur la théorie de l'intégrale (méthode des suites monotones de fonctions), sur les séries de Fourier et de Bessel et sur les dérivées des fonctions continues ²⁾.

Erhard Schmidt (1876-1959), Ernst Zermelo (1871-1953) et Erich Hecke (1887-1947) ont enseigné, les deux premiers à l'université de Zurich de 1910 à 1911, respectivement de 1911 à 1916, le dernier à Bâle de 1915 à 1918. Les travaux qui leur ont mérité leur renom international ne datent pas de leur court passage en Suisse. Eu égard au temps limité dont je dispose, je me borne à mentionner le nom de ces savants. Pour la même raison, je ne rappellerai que la mémoire de quelques-uns des mathématiciens dont les écrits et l'enseignement méritent notre reconnaissance: Gabriel Oltramare (1818-1896), Charles Cailler (1867-1922), Rolin Wavre (1896-1949), et Henri Fehr (1870-1954) à Genève; Gustave Dumas (1872-1955) et Gustave Juvet (1896-1936) à Lausanne; Franz Daniels (1860-1918) à Fribourg; Gustave Du Pasquier (1876-1957) à Neuchâtel; Christian Moser

¹⁾ Voir H. S. VANDIVER: Les travaux mathématiques de Dmitri Mirimanoff (*L'Enseignement mathématique*, vol. 39 (1942-1950), pp. 169-179).

²⁾ Voir H. G. HARDY: W. H. Young Obituary. Obituary (*Notices of Fellows of the Royal Society London*, vol. 4 (1942-1944), pp. 307-323) et (*Journal of the London Mathematical Society*, vol. 17 (1942), pp. 218-237); M. L. CARTWRIGHT: Grace Chisholm Young Obituary (*Journal of the London Mathematical Society*, vol. 19 (1944), pp. 185-192).

(1861-1935) à Berne; Hermann Kinkelin (1832-1913) à Bâle; Albert Meyer (1844-1896), Heinrich Burkhardt (1861-1914), Ferdinand Rudio (1856-1924), Jérôme Franel (1859-1939), Arthur Hirsch (1866-1948) et Louis Kollros (1878-1959) à Zurich.

Mesdames et Messieurs, vous avez certainement remarqué au cours de mon exposé que des domaines qui, il y a 50 ans et plus, étaient au centre des intérêts des mathématiciens, sont aujourd'hui délaissés et que plusieurs des grands problèmes auxquels nos prédécesseurs se sont attaqués sont maintenant résolus plus simplement et sous des conditions plus générales, grâce aux méthodes abstraites des mathématiques modernes. Leur mérite n'en est en rien diminué, car si nous pouvons voir plus loin et de plus haut, c'est parce que nous sommes sur leurs épaules. La revue que je viens de faire est incomplète, car elle a laissé entièrement de côté la contribution des mathématiciens qui vivent encore au milieu de nous. Pour cette raison, l'école polytechnique y a eu la part du lion. Or, depuis quelques décennies, la vie mathématique est devenue plus intense dans nos universités; le nombre des chaires de mathématiques y a augmenté et plusieurs sont occupées actuellement par des savants dont les œuvres exercent une action considérable sur les mathématiques modernes. Le tableau que cette revue vous donne devrait, de ce fait, recevoir quelques retouches. Mais, quelque incomplète et inégale qu'elle soit, elle vous a montré que les travaux de nos savants, loin de rester en marge des grands courants de la pensée mathématique des cent dernières années, l'ont influencée et ont donné à la Suisse une réputation scientifique dont elle peut être fière, eu égard à sa petitesse démographique. Reconnaissons cependant modestement qu'elle doit en partie cette réputation à de jeunes savants venus de l'étranger, qui ont apporté à ses écoles les prémises de leur talent. Avant 1850, la Suisse a donné de grands mathématiciens à l'Europe; l'Allemagne lui a rendu le même service après. Souhaitons, dans l'intérêt de la science et de nos écoles, que ce libre échange de savants avec les Etats qui nous entourent puisse continuer comme dans le passé. Il est regrettable que, pour des causes qui tiennent en partie à l'organisation très centralisée de l'enseignement universitaire de la France et de

l'Italie, les échanges soient plus difficiles avec ces pays qu'avec l'Allemagne.

Dès son arrivée à Bâle, R. Fueter se rendit compte de l'état d'atomisation dans lequel se trouvaient les mathématiciens en Suisse. Ceux de Zurich exceptés, ils étaient isolés, sans contact avec leurs collègues des autres universités, sans liaison effective avec la Société helvétique des sciences naturelles. Les mathématiciens venus d'Allemagne regardaient leur séjour en Suisse comme devant être temporaire; ils entretenaient naturellement des relations plus étroites avec leurs collègues des universités d'outre-Rhin qu'avec ceux des universités suisses. En l'absence d'une société mathématique affiliée à la Société helvétique des sciences naturelles, l'organisation d'une section spéciale de mathématiques aux sessions annuelles de cette société était à la merci du hasard et de l'improvisation. Preuve en est que cette section, qui prit naissance en 1871 avec H. A. Schwarz comme président, ne donna plus signe de vie après le départ de ce savant. L'absence d'une société mathématique était particulièrement regrettable pour les jeunes mathématiciens suisses, privat-docents ou préparant une thèse, car la possibilité d'exposer les résultats de ses recherches devant ses camarades et ses aînés est un stimulant. Il existait bien depuis 1901 une association des maîtres de mathématiques des gymnases, mais son but, en partie pédagogique, différait du but exclusivement scientifique d'une société mathématique proprement dite. On peut s'étonner que le premier Congrès international des mathématiciens, qui se tint à Zurich en 1897, n'ait pas été l'occasion de créer cette société. L'édition des *Œuvres* d'Euler, que la Société helvétique des sciences naturelles avait décidée en 1909, rendit cette création encore plus urgente. J'ai rappelé au début de ma conférence que, grâce à l'initiative de MM. Fueter, Fehr et Grossmann, notre société prit naissance le 4 septembre 1910. Elle s'affilia comme section à la Société helvétique des sciences naturelles; ses réunions ordinaires d'automne sont réservées à de courtes communications scientifiques de ses membres et aux affaires administratives; aux réunions du printemps un membre de la société ou un savant étranger invité donne une conférence générale sur un sujet d'actualité (la plupart de ces conférences

générales ont été ensuite publiées dans la revue *L'Enseignement mathématique*).

La première guerre mondiale et les années qui la suivirent posèrent bientôt la question de la création d'un organe dans lequel les membres de la société pourraient publier leurs travaux. H. Fehr, qui avait fondé avec Laisant en 1906 la revue *L'Enseignement mathématique* en fut le promoteur; il proposa aussi la création d'une fondation destinée à soutenir financièrement cet organe. La « Fondation pour l'avancement des sciences mathématiques en Suisse » et les *Commentarii mathematici helvetici*, dont R. Fueter fut le premier rédacteur et R. Wavre le rédacteur adjoint, prirent naissance en 1929. Trente-quatre tomes de cette revue ont déjà paru; plusieurs sont en réimpression. Depuis lors, une nouvelle publication *Die Elemente der Mathematik* fondée par notre collègue Louis Locher est venu compléter la liste des journaux mathématiques paraissant en Suisse; de même que *L'Enseignement mathématique*, son but mi-pédagogique et mi-scientifique est de tenir les maîtres des gymnases au courant des progrès de la science dont ils ont à enseigner les éléments. La tenue à Zurich du Congrès international des mathématiciens en 1932, l'édition des œuvres de Schläfli et de Lambert ¹⁾, celle de la correspondance de Jean Bernoulli ²⁾, l'édition de plusieurs ouvrages de mathématiques supérieures chez Orell-Füssli à Zurich, Birkhäuser à Bâle et aux Editions du Griffon à Neuchâtel, sont des fruits indirects de l'existence de la Société mathématique suisse. Les membres qui ont participé à sa fondation et qui sont ici présents ont la joie de voir qu'elle a pu réaliser dans une mesure plus grande qu'ils ne l'avaient prévue les espoirs qu'ils avaient mis en elle.

Prof. M. PLANCHEREL
Ecole polytechnique fédérale,
Zurich.

1) Johann Heinrich LAMBERT: *Opera omnia*, éd. Andreas Speiser, Bd. I (1946), Bd. II (1948). Orell-Füssli, Zurich.

2) *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*, in 6—8 Bänden, herausgegeben von der Bernoulli-Kommission der Naturforschenden Gesellschaft in Basel, Bd. I (1955). Birkhäuser Verlag, Basel-Stuttgart.