

III. Une famille de pyramides

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 2-3: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

III. Une famille de pyramides

Soit (P) une pyramide dont le pied de la hauteur entière c se trouve dans la base fermée convexe, qui est située dans le plan des axes OX , OY et a pour hauteurs dans la direction de ces axes a et b . On suppose $12c \geq b \geq a$.

Coupons (P) par le plan $Z = c - n$. Soient j_n le nombre de points entiers de la section fermée et s_n, l_n sa surface et son périmètre. On sait (voir l'article mentionné au début) que

$$j_n < s_n + \frac{l_n}{2} + 1.$$

Par suite

$$(4) \quad j = 1 + \sum_1^{n=c} j_n < \sum_1^c s_n + \frac{1}{2} \sum_1^c l_n + c + 1.$$

Comme $s_n = n^2 \frac{s_c}{c^2}$,

$$\sum_1^c s_n = \frac{c(c+1)(2c+1)}{6} \frac{s_c}{c^2} = \frac{s_c}{6c} (2c^2 + 3c + 1) = V + \frac{s_c}{2} + \frac{s_c}{6c}.$$

D'autre part, $l_n = \frac{n}{c} l_c$ donne

$$\sum_1^c \frac{cl_c}{2} + \frac{l_c}{2} < S' + \frac{l_c}{2},$$

où S' désigne la surface latérale de la pyramide. De (4) on déduit alors

$$j < V + \frac{S}{2} + a + b + c + 1 + \left(\frac{s_c}{6c} + \frac{l_c}{4} - a - b \right).$$

Il reste à montrer que l'expression entre parenthèses est négative ou nulle. Comme

$$s_c \leq \frac{ab}{2} \quad \text{el} \quad l_c \leq 2(a+b),$$

il suffit que

$$\frac{ab}{12c} \leq \frac{a+b}{2},$$

qui est vérifiée car $12c \geq b$ et $a+b \geq 2a$.

Remarque. — *L'inégalité (1) est donc en particulier vérifiée par tout tétraèdre entier* $O(o, o, o)$ $A(a, o, o)$ $B(o, b, o)$ $C(o, o, c)$.

(reçu le 30 janvier 1964)

E. Ehrhart
11, rue de Bruges
Strasbourg