

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1968)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR QUELQUES APPLICATIONS DE LA «MÉTHODE DE L'HYPERBOLE» DE DIRICHLET A LA THÉORIE DES NOMBRES PREMIERS
Autor: Saffari, Bahman
Kapitel: IV. MÉTHODE ANALYTIQUE
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42352>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

du théorème 8, la différence $v_r(x) - d_r x$ étant ainsi équivalente au produit d'une constante par $x^{\frac{1}{r+1}} (\log x)^{-2}$, où r est le plus grand entier α tel que $f(p^\alpha) = 0$.

b) La démonstration du développement asymptotique mentionné ci-dessus, et a fortiori ceux des théorèmes 5 et 8 (et, pareillement, ceux des théorèmes 1 et 4), peut se faire en n'utilisant le théorème des nombres premiers que sous sa forme asymptotique, c'est-à-dire :

$$\pi(x) = \sum_{r=1}^k (r-1)! \frac{x}{(\log x)^r} + O\left[\frac{x}{(\log x)^{k+1}}\right].$$

IV. MÉTHODE ANALYTIQUE

La méthode de l'hyperbole, parce qu'elle est élémentaire, a une efficacité limitée (la rédaction complète de la démonstration du théorème 8, faisable pour $m = 2$, devient horrible pour $m \geq 3$).

H. Delange, par des méthodes analytiques, retrouve tous les résultats contenus dans cet article de façon plus rapide et plus générale, et va beaucoup plus loin. Trois articles à ce sujet [8], [9] et [10] sont à paraître en 1970 dans *Acta Arithmetica*.

APPENDICE

Nous montrons ici comment on peut retrouver, de façon élémentaire, le résultat de Renyi (et même un peu mieux) et le théorème A de Delange.

THÉORÈME. *Notons toujours par $v_m(x)$ le nombre des $n \leq x$ tels que $\Omega(n) - \omega(n) = m$. Alors :*

a) *Sans utiliser aucune estimation de $\pi(x)$ [autre que l'estimation banale $\pi(x) = O(x)$], nous avons :*

$$v_m(x) = d_m x + O(\sqrt{x} \log x).$$

b) *L'estimation de Tchebicheff $\pi(x) = O\left(\frac{x}{\log x}\right)$ implique :*

$$v_m(x) = d_m x + O(\sqrt{x} (\log \log x)^m)$$