

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 14 (1968)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR UNE CLASSE DE PROPRIÉTÉS COMMUNES A QUELQUES TYPES DIFFÉRENTS D'ALGÈBRES

**Autor:** Nijenhuis, Albert

**Bibliographie**

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-42353>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$\begin{aligned}
 &+ (-1)^{m_1 m_2 + m_2 + m_3 + 1} \gamma_2 (g_2, \gamma_2 (g_1, g_3) f) + \\
 &+ (-1)^{(m_1 + m_2) m_3 + m_2 + m_3 + n + 1} \gamma_2 (g_3, \gamma_2 (g_1, g_2) f) + \\
 &+ (-1)^{m_2 + m_3} \gamma_1 (\gamma_3 (g_1, g_2, g_3) f).
 \end{aligned}$$

On observe un terme unique en premier,  $\gamma_4$ , et en dernier,  $\gamma_1 (\gamma_3)$ . Les termes du milieu forment deux groupes,  $\gamma_3 (\gamma_1)$  et  $\gamma_2 (\gamma_2)$ , et comprennent  $g_1, g_2, g_3$  dûment permutés. On applique la formule à  $\mu$ , en prenant  $f = \mu$ . Alors le côté gauche vaut zéro, puisque  $\gamma_1 (\mu) \mu = \mu \bar{o} \mu = 0$ . Le terme  $\gamma_4$  donne zéro grâce à la propriété qu'on vient de trouver; la même chose vaut pour le terme  $\gamma_3 (\gamma_1)$ . Le dernier terme donne zéro puisque  $\gamma_3 (...) f = \gamma_3 (...) \mu = 0$ . Il reste les trois derniers termes du milieu; on les multiplie par  $(-1)^{m_2 + m_3 + n + m_1 m_3 + 1}$  et on obtient

$$\begin{aligned}
 &(-1)^{m_1 m_3} [g_1, [g_2, g_3]^\cup]^\cup + (-1)^{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 1} [g_2, [g_1, g_3]^\cup]^\cup + \\
 &+ (-1)^{m_2 m_3} [g_3, [g_1, g_2]^\cup]^\cup = 0,
 \end{aligned}$$

c'est justement l'identité de Jacobi.

Ce qui précède est juste un échantillon des applications de la propriété de nilpotence. L'utilité de  $\gamma$  est également claire si on observe que, avec la notation de la section 6, pour  $f$  linéaire d'ordre  $n$ , on a

$$\sigma (\alpha) f = \frac{1}{n!} \alpha^{-1} \bar{o} \{ \gamma_n (\alpha, \dots, \alpha) f \}.$$

Par cette formule, on peut définir et manipuler l'action de groupe des éléments inversibles de degré 1.

Tout type d'algèbre pour lequel on peut trouver un système de composition, partage les propriétés que nous avons déduites au moyen des systèmes de composition. Il est maintenant clair que ces propriétés couvrent un large domaine.

#### RÉFÉRENCES

- [1] BOURBAKI, N., Groupes et algèbres de Lie, chap. I: *Algèbres de Lie*. Hermann, Paris 1960.
- [2] JACOBSON, N., Lie algebras. *Interscience Publishers*, 1962.
- [3] VINBERG, E. B., Theory of convex homogeneous cones. *Trudy Moscow Mat. Obshch.* 12 (1963) 303-358 = Transl. *Moscow Math. Soc.* 12 (1963) 340-403.
- [4] GERSTENHABER, M., The Cohomology structure of an associative ring. *Ann. of Math.* 78 (1963) 267-288.
- [5] GERSTENHABER, M., On the deformations of rings and algebras. *Ann. of Math.* 79 (1964) 59-104.

- [6] HOCHSCHILD, G., On the cohomology groups of an associative algebra. *Ann. of Math.* 46 (1945) 58-67.
- [7] NIJENHUIS, A. et R. W. RICHARDSON, Cohomology and deformations in graded Lie algebras. *Bull. Amer. Math. Soc.* 72 (1966) 1-29.
- [8] FRÖLICHER, A. et A. NIJENHUIS, Theory of vector-valued differential forms I. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A59 = Indag. Math.* 18 (1956) 338-359.
- [9] HARRISON, D., Commutative algebras and cohomology. *Trans. Amer. Math. Soc.* 104 (1962) 191-204.
- [10] HERMANN, R., Analytic continuation of group representations I-VI. *Commun. Math. Phys.*, I: 2 (1966) 251-270; II: 3 (1966) 53-74; III: 3 (1966) 75-97; IV: 5 (1967) 131-156; V: 5 (1967) 157-190; VI: 6 (1967) 205-225.
- [11] LEVY-HAHAS, M., Deformation and contraction of Lie algebras. *J. Math. Phys.* 8 (1967) 1211-1222.
- [12] NIJENHUIS, A. et R. W. RICHARDSON, Deformation of Lie algebra structures. *J. Math. Mech.* 17 (1967) 89-106.
- [13] — et R. W. RICHARDSON, Deformations of homomorphisms of Lie groups and Lie algebra. *Bull. Amer. Math. Soc.* 73 (1967) 175-179.
- [14] — A Lie product for the cohomology of subalgebras with coefficients in the quotient. *Bull. Amer. Math. Soc.* 73 (1967) 962-967.
- [15] — The graded Lie algebras of an algebra. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A70 = Indag. Math.* 29 (1967) 475-486.
- [16] — Composition systems and deformations of subalgebras. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A71 = Indag. Math.* 30 (1968) 119-136.
- [17] — et R. W. RICHARDSON, Commutative algebra cohomology and deformations of Lie and associative algebras. *J. of Algebra* (à paraître).
- [18] PAGE, S. et R. W. RICHARDSON, Stable subalgebras of Lie algebras and associative algebras. *Trans. Amer. Math. Soc.* 127 (1967) 302-312.
- [19] RICHARDSON, R. W., On the rigidity of semi-direct products of Lie algebras. *Pac. J. Math.* 22 (1967) 339-344.
- [20] — A rigidity theorem for subalgebras of Lie and associative algebras. III. *J. Math.* 11 (1967) 92-110.
- [21] — Deformations of subalgebras of Lie algebras (à paraître).