Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 14 (1968)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR UNE CLASSE DE PROPRIÉTÉS COMMUNES A QUELQUES TYPES DIFFÉRENTS D'ALGÈBRES

Autor: Nijenhuis, Albert

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42353

$$+ (-1)^{m_1 m_2 + m_2 + m_3 + 1} \gamma_2 (g_2, \gamma_2 (g_1, g_3) f) +$$
$$+ (-1)^{(m_1 + m_2) m_3 + m_2 + m_3 + n + 1} \gamma_2 (g_3, \gamma_2 (g_1, g_2) f) +$$
$$+ (-1)^{m_2 + m_3} \gamma_1 (\gamma_3 (g_1, g_2, g_3) f) .$$

On observe un terme unique en premier, γ_4, et en dernier, γ_1 (γ_3). Les termes du milieu forment deux groupes, γ_3 (γ_1) et γ_2 (γ_2), et comprennent g_1, g_2, g_3 dûment permutés. On applique la formule à μ, en prenant $f = \mu$. Alors le côté gauche vaut zéro, puisque $\gamma_1 (\mu) \mu = \mu \bar{o} \mu = 0$. Le terme γ_4 donne zéro grâce à la propriété qu'on vient de trouver; la même chose vaut pour le terme γ_3 (γ_1). Le dernier terme donne zéro puisque $\gamma_3 (...) f = \gamma_3 (...) \mu = 0$. Il reste les trois derniers termes du milieu; on les multiplie par $(-1)^{m_2 + m_3 + n + m_1 m_3 + 1}$ et on obtient

$$(-1)^{m_1 m_3} [g_1, [g_2, g_3]^{\cup}]^{\cup} + (-1)^{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 1} [g_2, [g_1, g_3]^{\cup}]^{\cup} +$$
$$+ (-1)^{m_2 m_3} [g_3, [g_1, g_2]^{\cup}]^{\cup} = 0 ,$$

c'est justement l'identité de Jacobi.

Ce qui précède est juste un échantillon des applications de la propriété de nilpotence. L'utilité de γ est également claire si on observe que, avec la notation de la section 6, pour f linéaire d'ordre n, on a

$$\sigma (\alpha) f = \frac{1}{n!} \alpha^{-1} \bar{o} \{ \gamma_n (\alpha, ..., \alpha) f \} .$$

Par cette formule, on peut définir et manipuler l'action de groupe des éléments inversibles de degré 1.

Tout type d'algèbre pour lequel on peut trouver un système de composition, partage les propriétés que nous avons déduites au moyen des systèmes de composition. Il est maintenant clair que ces propriétés couvrent un large domaine.

RÉFÉRENCES

[1] Bourbaki, N., Groupes et algèbres de Lie, chap. I: *Algèbres de Lie*. Hermann, Paris 1960.

[2] Jacobson, N., Lie algebras. *Interscience Publishers*, 1962.

[3] Vinberg, E. B., Theory of convex homogeneous cones. *Trudy Moscow Mat. Obshch.* 12 (1963) 303-358 = Transl. *Moscow Math. Soc.* 12 (1963) 340-403.

[4] Gerstenhaber, M., The Cohomology structure of an associative ring. *Ann. of Math.* 78 (1963) 267-288.

[5] Gerstenhaber, M., On the deformations of rings and algebras. *Ann. of Math.* 79 (1964) 59-104.

[6] HOCHSCHILD, G., On the cohomology groups of an associative algebra. *Ann. of Math.* 46 (1945) 58-67.

[7] NIJENHUIS, A. et R. W. RICHARDSON, Cohomology and deformations in graded Lie algebras. *Bull. Amer. Math. Soc.* 72 (1966) 1-29.

[8] FRÖLICHER, A. et A. NIJENHUIS, Theory of vector-valued differential forms I. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A59 = Indag. Math.* 18 (1956) 338-359.

[9] HARRISON, D., Commutative algebras and cohomology. *Trans. Amer. Math. Soc.* 104 (1962) 191-204.

[10] HERMANN, R., Analytic continuation of group representations I-VI. *Commun. Math. Phys.*, I: 2 (1966) 251-270; II: 3 (1966) 53-74; III: 3 (1966) 75-97; IV: 5 (1967) 131-156; V: 5 (1967) 157-190; VI: 6 (1967) 205-225.

[11] LEVY-HAHAS, M., Deformation and contraction of Lie algebras. *J. Math. Phys.* 8 (1967) 1211-1222.

[12] NIJENHUIS, A. et R. W. RICHARDSON, Deformation of Lie algebra structures. *J. Math. Mech.* 17 (1967) 89-106.

[13] —— et R. W. RICHARDSON, Deformations of homomorphisms of Lie groups and Lie algebra. *Bull. Amer. Math. Soc.* 73 (1967) 175-179.

[14] —— A Lie product for the cohomology of subalgebras with coefficients in the quotient. *Bull. Amer. Math. Soc.* 73 (1967) 962-967.

[15] —— The graded Lie algebras of an algebra. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A70 = Indag. Math.* 29 (1967) 475-486.

[16] —— Composition systems and deformations of subalgebras. *Kon. Ned. Akad. Wetensch. Proc. A71 = Indag. Math.* 30 (1968) 119-136.

[17] —— et R. W. RICHARDSON, Commutative algebra cohomology and deformations of Lie and associative algebras. *J. of Algebra* (à paraître).

[18] PAGE, S. et R. W. RICHARDSON, Stable subalgebras of Lie algebras and associative algebras. *Trans. Amer. Math. Soc.* 127 (1967) 302-312.

[19] RICHARDSON, R. W., On the rigidity of semi-direct products of Lie algebras. *Pac. J. Math.* 22 (1967) 339-344.

[20] —— A rigidity theorem for subalgebras of Lie and associative algebras. III. *J. Math.* 11 (1967) 92-110.

[21] —— Deformations of subalgebras of Lie algebras (à paraître).