

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1968)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'HYPOTHÈSE DE FERMAT POUR LES EXPOSANTS NÉGATIFS
Autor: Thérond, Jean-Daniel
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42350>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 23.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'HYPOTHÈSE DE FERMAT POUR LES EXPOSANTS NÉGATIFS

par Jean-Daniel THÉRON

Cette note modifie celle parue sous le même titre dans le tome XIII, fascicule 4 (1967) de cette revue, pp. 247-252.

A la page 247, avant-dernière ligne, c'est « ne soit pas divisible » qu'il faut lire, et les solutions données dans les théorèmes 2 (p. 248) et 4 (p. 249) ne sont pas complètes. Pour le premier, il faut le remplacer par :

THÉORÈME 2. *Les racines primitives de l'équation diophantienne* $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$

sont

$$x = p(p+q), \quad y = q(p+q), \quad z = pq$$

où p et q sont des entiers non nuls premiers entre eux.

Démonstration : Soit $t = (x, y)$, alors $x = tp$ et $y = tq$ avec $(p, q) = 1$ et l'équation

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{tp} + \frac{1}{tq} = \frac{1}{z} \text{ implique } z = \frac{tpq}{p+q}.$$

Or $(p, q) = 1$ donc $(p+q, pq) = 1$; ainsi, puisque $z \in \mathbb{Z}^*$, $t = m(p+q)$ d'où $x = mp(p+q)$, $y = mq(p+q)$ et $z = mpq$. En divisant par m on obtient alors les racines primitives annoncées.

Le théorème 3 (p. 249) peut être remplacé par la formulation équivalente :

THÉORÈME 3. *Les racines primitives non triviales de l'équation diophantienne* $x^2 + y^2 = z^2$ *sont*

$$x = 2ab \quad y = a^2 - b^2 \quad z = a^2 + b^2$$

où a et b sont des entiers différents premiers entre eux.

Quant au théorème 4, il doit être modifié ainsi:

THÉORÈME 4. *Les racines primitives de l'équation diophantienne*

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{z^2} \text{ sont}$$

$$x = 2ab(a^2 + b^2) \quad y = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) \quad z = 2ab(a^2 - b^2)$$

où a et b sont des entiers non nuls, différents, premiers entre eux.

Démonstration : Soit $t = (x, y)$ d'où $x = tx_1$ et $y = ty_1$ où $(x_1, y_1) = 1$.

L'équation

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{t^2 x_1^2} + \frac{1}{t^2 y_1^2} = \frac{1}{z^2} \text{ implique } z^2 = \frac{t^2 x_1^2 y_1^2}{x_1^2 + y_1^2}$$

Or $(x_1, y_1) = 1$ d'où $(x_1^2 + y_1^2, x_1^2 y_1^2) = 1$; ainsi $t^2 = l(x_1^2 + y_1^2)$ et $z^2 = lx_1^2 y_1^2$ d'où $l = m^2$ et $t^2 = m^2(x_1^2 + y_1^2)$. Ainsi $x_1^2 + y_1^2$ est un carré, ce qui donne, d'après le théorème 3, $x_1 = 2ab$, $y_1 = a^2 - b^2$ et $t^2 = m^2(x_1^2 + y_1^2) = m^2(a^2 + b^2)^2$ d'où $t = m(a^2 + b^2)$. On obtient alors $x = tx_1 = m \cdot 2ab(a^2 + b^2)$, $y = ty_1 = m(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$, $z = mx_1 y_1$ c'est à dire $z = m2ab(a^2 - b^2)$ d'où le résultat annoncé en divisant par m pour que les racines soient primitives.

(Reçu le 30 avril 1969)

Institut de Mathématiques

Université de Montpellier