

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **17 (1971)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Éliminons les trois premiers. L'hypothèse a) impliquerait que  $\frac{1}{m}(u_m - 1)$  est un carré et que 2 est reste quadratique modulo  $m$ , ce qui est faux. L'hypothèse b) impliquerait que  $\frac{1}{2m}(u_m - 1)$  est un carré; il existerait deux entiers  $x$  et  $y$  tels que  $0 < x < u_m$  et  $x^2 - my^2 = 1$ ; mais ceci contredirait le fait que  $\varepsilon_m = u_m + v_m\sqrt{m}$  est l'unité fondamentale de  $L_m$ . L'hypothèse c) impliquerait que  $\frac{1}{2m}(u_m + 1)$  est un carré dans  $\mathbf{Z}$ ;  $-1$  serait donc norme d'un entier de  $L_m$ , ce qui est absurde. Seul le cas d) est possible et donc, d'après le théorème 3,  $s(A_m) = 2$ .

Enfin, si  $m \equiv 7 \pmod{8}$ , on applique le théorème 1.

*Proposition 4.*

*Il existe une infinité d'entiers  $m$  tels que  $s(A_m) = 3$ .*

Démonstration :

Il suffit de considérer les entiers  $m$  qui sont produit en nombre pair de nombres premiers congrus à 3 (mod 4), ou les entiers  $m$  qui sont produit d'un nombre premier congru à 5 (mod 8) par un nombre premier congru à 7 modulo 8 (un tel entier  $m$  n'est pas représentable rationnellement par la forme quadratique  $X^2 + 2Y^2$ , et l'équation  $-2 = x^2 - my^2$  n'a donc pas de solution en nombres entiers  $x, y$ ).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] MOSER, C., « Représentation de  $-1$  par une somme de carrés dans certains corps locaux et globaux, et dans certains anneaux d'entiers algébriques », *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 271 (1970), pp. 1200-1203.
- [2] DRAXL, P., « Représentation de  $-1$  comme somme de carrés dans les ordres d'un corps de nombres algébriques », *Journées Arithmétiques de Marseille*, mai 1971.
- [3] PETERS, M., « Die Stufe von Ordnungen ganzer Zahlen in algebraischen Zahlkörpern », à paraître dans *Math. Annalen*.
- [4] EICHLER, M., « Die Ähnlichkeitsklassen indefiniter Gitter », *Math. Z.*, 55 (1952), pp. 216-252.

- [5] KNESER, M., « Klassenzahlen indefiniter quadratischen Formen in drei oder mehr Veränderlichen », *Arch. Math.*, 7 (1956), pp. 323-332.
- [6] BOREVITCH, Z. I. et I. R. SHAFAREVICH, « Number Theory », *Academic Press* (notamment p. 248).

(Reçu le 26 août 1971)

C. Moser  
Institut de Mathématiques Pures  
Boîte postale 116  
38 — Saint-Martin d'Hères