Eliminons les trois premiers. L'hypothèse a) impliquerait que $\frac{1}{m}(u_m - 1)$ est un carré et que 2 est reste quadratique modulo m, ce qui est faux. L'hypothèse b) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m - 1)$ est un carré; il existerait deux entiers x et y tels que $0 < x < u_m$ et $x^2 - my^2 = 1$; mais ceci contredirait le fait que $\varepsilon_m = u_m + v_m\sqrt{m}$ est l'unité fondamentale de L_m. L'hypothèse c) impliquerait que $\frac{1}{2m}(u_m + 1)$ est un carré dans $\mathbf{Z}$; -1 serait donc norme d'un entier de L_m, ce qui est absurde. Seul le cas d) est possible et donc, d'après le théorème 3, $s(A_m) = 2$.

Enfin, si $m \equiv 7 \pmod 8$, on applique le théorème 1.

Proposition 4.

Il existe une infinité d'entiers m tels que $s(A_m) = 3$.

Démonstration:

Il suffit de considérer les entiers m qui sont produit en nombre pair de nombres premiers congrus à 3 (mod 4), ou les entiers m qui sont produit d'un nombre premier congru à 5 (mod 8) par un nombre premier congru à 7 modulo 8 (un tel entier m n'est pas représentable rationnellement par la forme quadratique $X^2 + 2Y^2$, et l'équation $-2 = x^2 - my^2$ n'a donc pas de solution en nombres entiers x, y).

BIBLIOGRAPHIE

[1] MOSER, C., « Représentation de -1 par une somme de carrés dans certains corps locaux et globaux, et dans certains anneaux d'entiers algébriques », *C. R. Acad. Sci.*, Paris, *271* (1970), pp. 1200-1203.

[2] DRAXL, P., « Représentation de -1 comme somme de carrés dans les ordres d'un corps de nombres algébriques », *Journées Arithmétiques de Marseille*, mai 1971.

[3] PETERS, M., « Die Stufe von Ordnungen ganzer Zahlen in algebraischen Zahlkörpern », à paraître dans *Math. Annalen*.

[4] EICHLER, M., « Die Ähnlichkeitsklassen indefiniter Gitter », *Math. Z.*, *55* (1952), pp. 216-252.

[5] KNESER, M., « Klassenzahlen indefiniter quadratischen Formen in drei order mehr Veränderlichen », *Arch. Math.*, *7* (1956), pp. 323-332.

[6] BOREVITCH, Z. I. et I. R. SHAFAREVICH, « Number Theory », *Academic Press* (notamment p. 248).

(Reçu le 26 août 1971)

C. Moser
Institut de Mathématiques Pures
Boîte postale 116
38 — Saint-Martin d'Hères