

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 18 (1972)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉTUDE ARITHMÉTIQUE DES CORPS CYCLIQUES DE DEGRE p'
SUR LE CORPS DES NOMBRES RATIONNELS
Autor: Oriat, Bernard
Kapitel: III.1. Rappels
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-45361>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

CHAPITRE III

BASES D'ENTIERS

III.1. RAPPELS

Bases d'entiers normales

Soit K une extension abélienne de Q . On dit qu'un élément θ de K engendre une base normale des entiers de K si l'anneau des entiers de K admet pour base, sur Z , l'ensemble des conjugués de θ .

Si K possède une base d'entiers normale, engendrée par θ , alors :

— Tout sous-corps L de K possède également une base d'entiers normale engendrée par $Tr_{K/L}(\theta)$.

En effet, tout entier x de L , s'écrit :

$$x = \sum_{\sigma \in G(K/Q)} \lambda_{\sigma} \sigma(\theta), \lambda_{\sigma} \text{ appartenant à } Z.$$

Puisque x est invariant par tout L -automorphisme de K , alors $\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma'}$, pour tous σ et σ' situés dans la même classe modulo $G(K/L)$.

— La trace de θ sur Q est égale à ± 1 .

En effet Z n'a pas d'autre base d'entiers que $\{1\}$ ou $\{-1\}$.

Corps cyclotomiques

ξ étant une racine primitive n^{eme} de 1, on notera $\Phi_n(X)$ le n^{eme} polynome cyclotomique, c'est-à-dire le polynome minimal de ξ sur Q . On rappelle qu'on a la relation : $X^n - 1 = \prod_{k|n} \Phi_k(X)$.

Si $n = p_1^{u_1} \dots p_m^{u_m}$ est la décomposition de n en facteurs premiers, on a :

$$\Phi_n(X) = \Phi_{p_1 \dots p_m} \left(X^{p_1^{u_1-1} \dots p_m^{u_m-1}} \right)$$

([6] chapitre 8).

III.2. BASES D'ENTIERS DANS LES CORPS CYCLOTOMIQUES

LEMME III.1.

Soit d un entier sans facteur carré et ξ une racine primitive d^{eme} de 1. On a alors $Tr_{\Omega(d)/Q}(\xi) = (-1)^m$, m étant le nombre de facteurs premiers de d .