

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\left| \sum_{x=0}^{p-1} e^{\frac{2\pi i x^3}{p}} \right| \geq (1-\varepsilon) p^{\frac{1}{2}}.$$

On doit observer simplement que

$$\sum_{x=0}^{p-1} e^{\frac{2\pi i x^3}{p}} = \tau_p + \bar{\tau}_p = 2 p^{\frac{1}{2}} \cos \theta_p.$$

Cette idée remonte à Hasse [7] (§ 10.8, p. 171) qui l'avait déjà employée dans le cas de la somme de Gauss

$$\sum_{x=0}^{p-1} e^{\frac{2\pi i x^4}{p}}, \quad p \equiv 1 \pmod{4}.$$

5. La solution complète du problème de Kummer sera immédiate si on peut établir que les deux fonctions zêta définies par le produit d'Euler

$$L_v(s) = \prod_{p \equiv 1 \pmod{3}} (1 + \tau_p^v p^{-s})^{-1} (1 + \bar{\tau}_p^v p^{-s})^{-1}, \quad v = 1, 2$$

sont des fonctions holomorphes pour  $Re(s) \geq \frac{3}{2} - \varepsilon$  et  $Re(s) \geq 2 - \varepsilon$  resp. et ne s'annulent pas sur la droite de convergence absolue. Il serait aussi très intéressant de donner une interprétation de caractère 1-adique d'un élément de Frobenius d'expression  $\tau_p + \bar{\tau}_p$ .

Kubota [10], [11] a obtenu des résultats très profonds pour des fonctions analogues à  $L_1(s)$  et  $L_2(s)$  et nous espérons que sa méthode pourrait s'appliquer à notre problème.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] CASSELS, J. N. S. On kummer sums. *Proc. London Math. Soc.* (3) 21 (1970), 19-27.
- [2] CHOWLA, S. *The Riemann Hypothesis and Hilbert's Tenth Problem*. Gordon and Bleach, New York, 1965.
- [3] DAVENPORT, H. *Multiplicative number Theory*. Markham, Chicago, 1967.
- [4] ——— und H. HASSE. Die Nullstellen der Kongruenzzetafunktionen im gewissen zyklischen Fällen. *J. reine angew. Math.*, 172 (1935), 151-182.
- [5] DEURING, M. Die Zetafunktion einer algebraischen Kurve von Geschlechte Eins. I, *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen*, (1953), 85-94.
- [6] GOLDSTINE, H. and J. von NEUMANN. A numerical study of a conjecture of Kummer. *Math. Tables Aids Comput.* 7 (1953), 133-134.
- [7] HASSE, H. *Vorlesungen über Zahlentheorie*. 1te Aufgabe, Springer, Berlin, 1964.
- [8] HECKE, E. Eine neue Art von Zetafunktionen und ihre Beziehungen zur Verteilung der Primzahlen. I, II, *Math. Zeitschr.*, 1 (1918), 357-376; 6 (1920), 11-51.
- [9] HILBERT, D. Die Theorie der algebraischen Zahlkörper. *Jahresbericht D. Math. Ver.* Bd. 4 (1897), 175-546.

- [10] KUBOTA, T. On a special kind of Dirichlet series. *Journ. Math. Soc. Japan*, 20, (1968), 193-207.
- [11] ——— Some results concerning reciprocity law and real automorphic functions. *Proceedings of Symposia in Pure Math. Vol. XX* (1971), 328-394.
- [12] KUMMER, E. Eine Aufgabe betreffend die Theorie der kubischen Reste. *J. reine angew. Math.* 23 (1842), 285-86.
- [13] ——— De residuis cubicis disquisitiones nonnullae analyticae, *J. reine angew. Math.* 32 (1846), 341-59.
- [14] LANG, S. *Algebraic Numbers*. Addison-Wesley, New York, 1964.
- [15] LEHMER, E. On the location of Gauss sums. *Math. Tables Aids Comput.* 10 (1956), 194-202.
- [16] MORENO, C. Kummer sums and elliptic curves. (*à paraître*).
- [17] SERRE, J.-P. *Abelian  $l$ -adic representations and elliptic curves*. Benjamin, New York, 1968.
- [18] SHIMURA, G. and Y. TANIYAMA. Complex multiplication of abelian varieties and its applications to number theory. *Publ. Math. Soc. Japan*, n° 6, 1971.
- [19] WEIL, A. Number of solutions of equations in finite fields. *Bull. Amer. Math. Soc.* 55 (1949), 497-508.
- [20] ——— Jacobi sums as "Größencharactere". *Trans. Amer. Math. Soc.* 73 (1952), 487-495.
- [21] ——— On some exponential sums. *Proc. Nat. Acad. Sc. USA*, t. 34 (1948), 204-207.
- [22] WEYL, H. Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins, *Math. Annalen* 77 (1914), 313-352.

(Recu le 29 mai 1973)

Carlos Julio Moreno  
The Center for Advanced Study  
University of Illinois  
912 West Illinois  
Urbana, IL 61801  
U.S.A.

**Vide-leer-empty**