§10. Dyck

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

gramme d'Erlangen parce qu'il fut lu par Klein à l'université de cette ville comme dissertation inaugurale — n'a pas été étudiée de manière systématique par les historiens des mathématiques. En première approximation, on peut dire que les idées maîtresses du Programme procèdent de trois sources, qui alimentent par ailleurs le gros de la pensée mathématique au XIX[e] siècle.

— Il s'agit d'abord de l'idée de transformation d'une surface dans une autre, de correspondance entre ensembles géométriques, que nous avons vu apparaître et se développer par les soins de Gauss et de Möbius. C'est grâce à la forme saisissante dont Klein saura la vêtir, qu'elle deviendra l'une des clefs de la mathématique.

— Il s'agit ensuite de cette théorie des invariants, qui conduit Cayley à envisager dans un même schéma géométrie métrique et géométrie projective: celle-ci devenant partie de celle-là. Ce bien singulier résultat, Klein allait l'étendre en 1871 aux géométries non-euclidiennes. La remarquable unité qui se crée ainsi sous la houlette de la géométrie projective, préfigure et suggère celle encore plus complète que révélera le Programme d'Erlangen.

— Enfin, avec la redécouverte des travaux de Galois, vers 1846, l'idée de groupe, qui avait montré ce dont elle est capable à l'occasion d'une question célèbre et difficile, se diffuse promptement dans les cercles mathématiques. Klein saura s'en servir magistralement dans son Programme d'Erlangen.

Synthèse admirable de ces trois grandes conceptions, le Programme développe l'idée qu'une géométrie est l'étude des invariants d'un certain groupe de transformations. C'est un principe unificateur d'une étonnante efficacité qui apparaît. Dans cette optique, la topologie devient la géométrie du groupe des transformations topologiques.

§ 10. Dyck

Il serait indécent de quitter la petite enfance de la topologie algébrique, sans citer le mathématicien munichois Walther Dyck, aujourd'hui tombé dans l'oubli, et qui fut un personnage considérable de la mathématique allemande entre 1890 et 1920.

Dyck est né à Munich en 1856; élève favori, puis ami de Klein, on lui doit plusieurs travaux en théorie des fonctions et surtout en théorie des groupes et en topologie, Il est durant de nombreuses années rédacteur aux Mathmatische Annalen; il est aussi l'un des promoteurs de la célèbre Encyclopédie des sciences mathématiques. Ses contributions à la topologie paraissent en 1888 et 1890. Dyck y expose le problème fondamental de l'*analysis situs* en termes précis, le traite rigoureusement, par une méthode qui lui est propre, dans le cas de une et deux dimensions puis présente une classification irréprochable des surfaces orientables et non orientables. Dans un second mémoire, il étend ses raisonnements au cas de l'espace à n-dimensions et découvre à cette occasion trois théorèmes, qui devraient suffire à lui assurer l'immortalité:

— La caractéristique d'Euler d'une n-sphère est 2 ou 0, selon que n est pair ou impair;

— La caractéristique de l'espace projectif est 1 ou 0, selon que n est pair ou impair;

— L'espace projectif est orientable ou non orientable, selon que n est impair ou pair.

Dans ses travaux topologiques, Dyck allie à une brillante synthèse des idées de ses prédécesseurs, un remarquable apport original.

(Reçu le 13 septembre 1973)

Jean-Claude Pont
Glarey 40 B
CH-3960 — Sierre