On a: $\frac{d}{dt}(\Phi_t^* \tau_t) = \Phi_t^*\left(\frac{\partial \tau_t}{\partial t} + d\left[i(u_t)\tau_t\right]\right) = 0$

par la condition *(ii)* et l'équation (*) (voir Sternberg [2] et Moser [1].)

(iii) implique (i) trivialement.

(i) implique (ii). Soit $(U_i)_{i=0\ldots m}$ le recouvrement du lemme 1, φ_i les cartes correspondantes; (λ_i) une partition de l'unité subordonnée à (U_i). Posons $\beta_i^t = (\varphi_i^{-1})^* (\lambda_i \dot{\tau}_t)$ avec $\dot{\tau}_t = \partial\tau_t / \partial t$; c'est une n-forme à support compact dans $\mathbf{R}^n$ ou $\mathbf{R}_+^n$.

Soit ω une n-forme à support compact dans $\mathbf{R}_+^n \subset \mathbf{R}^n$ telle que $\int \omega = 1$ et dont le support soit contenu dans l'intérieur de $\mathbf{R}_+^n$.

Alors $\omega_i = (\varphi_i^{-1})^* (\varphi_o^* \omega)$ a un support qui ne rencontre pas $\partial \mathbf{R}_+^n$ et $\int \omega_i = 1$.

D'après le lemme 2, on a

$$d\, I_n^i \beta_i^t = \beta_i^t - \omega_i \int \beta_i^t \text{ dans } \varphi_i(U_i) \subset \mathbf{R}^n$$

où I_n^i est l'opérateur du lemme2 construit à partir de ω_i. Donc

$$\varphi_i^* d\, I_n^i \beta_i^t = \varphi_i^* \beta_i^t - \varphi_i^* \omega_i \int \beta_i^t \text{ dans } U_i,$$
$$d(\varphi_i^* I_n^i \beta_i^t) = \lambda_i \dot{\tau}_t - \bar{\omega} \int \beta_i^t \text{ où } \bar{\omega} = \varphi_o^* \omega\,;$$

on pose $\alpha_i^t = \varphi_i^* (I_n^i \beta_i^t)$ et $\alpha_t = \sum_i \alpha_i^t$;

on a $\quad d\,\alpha_t = \sum_i \lambda_i \dot{\tau}_t - \bar{\omega} \sum_i \int \beta_i^t = \dot{\tau}_t - \bar{\omega} \int \dot{\tau}_t = \dot{\tau}_t$

par la condition *(i)*.

Comme le support de ω_i ne rencontre pas $\partial \mathbf{R}_+^n$, d'après le lemme 2, on a $(I_n^i \beta_i^t) \mid \partial \mathbf{R}_+^n = 0$, donc α_i^t et par conséquent α^t s'annule sur ∂M.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Moser, J. On volume elements on a manifold, *AMS. Trans. 120* (1965), pp. 280-296.

[2] Sternberg, S. *Lectures on Differential Geometry*, Prentice Hall — Englewood Cliffs, N. J. (1964).

[3] de Rham, G. Forme differenziali et loro-integrali, *C.I.H.E. 2e ciclo, Saltino di Vallombrosa, Agosto 1960, Roma*, p. 21.

[4] Palais, R. Local triviality of the restriction map for imbeddings, *Comm. Math. Helv. 34* (1960), pp. 305-312.

(Reçu le 24 juin 1973)

A. Banyaga
Institut de Mathématiques
2-4, rue du Lièvre
1211 Genève 24

vide-leer-empty