# 2. Les corps sauvagement ramifiés

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

## 2. Les corps sauvagement ramifiés

A chaque entier canonique unitaire $\beta$ correspondent deux entiers canoniques non unitaires, non équivalents, $j\beta$ et $j^2\beta$, et chaque classe d'équivalence d'entiers canoniques non unitaires a un représentant unique de cette forme. On associe ainsi à chaque corps sauvagement ramifié un entier canonique unique $\alpha$ qui l'engendre et réciproquement.

*Remarque 4.2* Si $O_K$ est trivialement monogène (définition 3.1), on a $4m = a^2 + 3$ et inversement. Le cas est signalé dans [6].

Pour chaque nombre $m < 2000$, on a calculé les entiers canoniques associés aux $2^r$ corps sauvagement ramifiés de discriminant $81m^2$ ($r$ est le nombre de facteurs premiers de $m$; cf. corollaire 1.5). Si pour un nombre $m$, l'un de ces entiers canoniques ne satisfait pas l'une des conditions permettant de dire que l'anneau des entiers du corps qu'il engendre admet 2 comme diviseur commun des indices ou qu'il est trivialement monogène, on a cherché les solutions $(X, Y)$ de l'équation (3.11) avec $0 < X$ et $0 < Y < 301000$ pour $m \leqslant 511$ et $0 < Y < 31000$ pour $511 < m < 2000$. Pour chaque solution obtenue, on a calculé le polynôme irréductible du nombre $\varphi$ construit avec $(\beta, 0)$, où $\beta = 3\dfrac{X+1}{Y}j + 3\dfrac{X}{Y}j^2$; $\varphi$ est donc un générateur de l'anneau des entiers de $Q(\varphi)$. On a ensuite cherché l'entier canonique $\alpha$ associé à $Q(\varphi)$. (Cf. théorème 1.2).

Les résultats sont les suivants:

| $m$ | $X$ | $Y$ | Irr ($\varphi$) | $\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| 307 | 324 | 7 | $X^3 - 6447X + 199243$ | $j + 18j^2$ |
| 613 | 1160 | 13 | $X^3 - 23907X + 1422773$ | $9j + 28j^2$ |
| 1159 | 2819 | 19 | $X^3 - 66063X + 6535601$ | $7j - 30j^2$ |
| 1327 | 6287 | 31 | $X^3 - 123411X + 16687025$ | $-42j - 23j^2$ |
| 1447 | 704 | 7 | $X^3 - 30387X + 2038823$ | $-2j - 39j^2$ |

Une table analogue à celle qui a été dressée pour les corps modérément ramifiés laisserait apparaître, parmi les 257 corps sauvagement ramifiés de discriminant $< 81^2 \cdot 1000^2$, 19 corps d'anneau trivialement monogène, 2 d'anneau monogène (nontrivial), 88 ayant 2 comme d. c. i., 130 ayant un anneau non monogène et où 2 n'est pas d. c. i. et 18 dont on n'a pas déterminé la nature de l'anneau, sinon qu'il n'est pas trivialement monogène et que 2 n'est pas d. c. i.

Mme M.-N. Gras, dans une étude sur le même problème [2], obtient, grâce notamment à un critère supplémentaire, des résultats plus nombreux et plus complets. On renvoie à ce travail pour des tables plus fournies.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] Chatelet, A. Arithmétique des corps abéliens du troisième degré. *Annales E.N.S. (3), LXIII*, fasc. 2 (1946).

[2] Gras, M.-N. Sur les corps cubiques cycliques dont l'anneau des entiers est monogène. *Annales scientifiques de l'Université de Besançon, 3e série, fasc. 6* (1973).

[3] Hasse, H. *Zahlentheorie*. Akademie-Verlag, Berlin, 1963.

[4] Nagell, T. Sur les discriminants des nombres algébriques. *Arkiv för Matematik, 7*, 19 (1967).

[5] —— Quelques résultats sur les diviseurs fixes de l'index des nombres entiers d'un corps algébrique. *Arkiv för Matematik, 6*, 15 (1965).

[6] Payan, J. J. Sur les classes ambiges et les ordres monogènes d'une extension cyclique de degré premier impair sur *Q* ou sur un corps quadratique imaginaire. *Arkiv för Matematik, 11*, 2 (1973).

*(Reçu le 27 décembre 1973)*

G. Archinard

1, chemin de l'Escalade
CH-1206 — Genève