

## 2. Les corps sauvagement ramifiés

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 2. LES CORPS SAUVAGEMENT RAMIFIÉS

A chaque entier canonique unitaire  $\beta$  correspondent deux entiers canoniques non unitaires, non équivalents,  $j\beta$  et  $j^2\beta$ , et chaque classe d'équivalence d'entiers canoniques non unitaires a un représentant unique de cette forme. On associe ainsi à chaque corps sauvagement ramifié un entier canonique unique  $\alpha$  qui l'engendre et réciproquement.

*Remarque 4.2* Si  $O_K$  est trivialement monogène (définition 3.1), on a  $4m = a^2 + 3$  et inversement. Le cas est signalé dans [6].

Pour chaque nombre  $m < 2000$ , on a calculé les entiers canoniques associés aux  $2^r$  corps sauvagement ramifiés de discriminant  $81m^2$  ( $r$  est le nombre de facteurs premiers de  $m$ ; cf. corollaire 1.5). Si pour un nombre  $m$ , l'un de ces entiers canoniques ne satisfait pas l'une des conditions permettant de dire que l'anneau des entiers du corps qu'il engendre admet 2 comme diviseur commun des indices ou qu'il est trivialement monogène, on a cherché les solutions  $(X, Y)$  de l'équation (3.11) avec  $0 < X$  et  $0 < Y < 301000$  pour  $m \leq 511$  et  $0 < Y < 31000$  pour  $511 < m < 2000$ . Pour chaque solution obtenue, on a calculé le polynôme irréductible du nombre  $\varphi$  construit avec  $(\beta, 0)$ , où  $\beta = 3 \frac{X+1}{Y} j + 3 \frac{X}{Y} j^2$ ;  $\varphi$  est donc un générateur de l'anneau des entiers de  $Q(\varphi)$ . On a ensuite cherché l'entier canonique  $\alpha$  associé à  $Q(\varphi)$ . (Cf. théorème 1.2).

Les résultats sont les suivants :

$m$	$X$	$Y$	Irr ( $\varphi$ )	$\alpha$
307	324	7	$X^3 - 6447X + 199243$	$j + 18j^2$
613	1160	13	$X^3 - 23907X + 1422773$	$9j + 28j^2$
1159	2819	19	$X^3 - 66063X + 6535601$	$7j - 30j^2$
1327	6287	31	$X^3 - 123411X + 16687025$	$-42j - 23j^2$
1447	704	7	$X^3 - 30387X + 2038823$	$-2j - 39j^2$

Une table analogue à celle qui a été dressée pour les corps modérément ramifiés laisserait apparaître, parmi les 257 corps sauvagement ramifiés de discriminant  $< 81^2 \cdot 1000^2$ , 19 corps d'anneau trivialement monogène, 2 d'anneau monogène (nontrivial), 88 ayant 2 comme d. c. i., 130 ayant

un anneau non monogène et où 2 n'est pas d. c. i. et 18 dont on n'a pas déterminé la nature de l'anneau, sinon qu'il n'est pas trivialement monogène et que 2 n'est pas d. c. i.

M<sup>me</sup> M.-N. Gras, dans une étude sur le même problème [2], obtient, grâce notamment à un critère supplémentaire, des résultats plus nombreux et plus complets. On renvoie à ce travail pour des tables plus fournies.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1] CHATELET, A. Arithmétique des corps abéliens du troisième degré. *Annales E.N.S. (3)*, *LXIII*, fasc. 2 (1946).
- [2] GRAS, M.-N. Sur les corps cubiques cycliques dont l'anneau des entiers est monogène. *Annales scientifiques de l'Université de Besançon, 3<sup>e</sup> série, fasc. 6* (1973).
- [3] HASSE, H. *Zahlentheorie*. Akademie-Verlag, Berlin, 1963.
- [4] NAGELL, T. Sur les discriminants des nombres algébriques. *Arkiv för Matematik*, 7, 19 (1967).
- [5] ——— Quelques résultats sur les diviseurs fixes de l'index des nombres entiers d'un corps algébrique. *Arkiv för Matematik*, 6, 15 (1965).
- [6] PAYAN, J. J. Sur les classes ambiges et les ordres monogènes d'une extension cyclique de degré premier impair sur  $\mathbb{Q}$  ou sur un corps quadratique imaginaire. *Arkiv för Matematik*, 11, 2 (1973).

(Reçu le 27 décembre 1973)

G. Archinard

1, chemin de l'Escalade  
CH-1206 — Genève