Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 25 (1979)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CORPS RÉSOLUBLES ET DIVISIBILITÉ DE NOMBRES DE CLASSES D'IDÉAUX

Autor: Satgé, Ph.

Kapitel: 0) Notations

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-50376

Dans le troisième paragraphe, nous donnons la loi de décomposition des nombres premiers dans ces corps non galoisiens.

Enfin, dans le quatrième paragraphe, nous établissons les propriétés de divisibilité des nombres de classes annoncées au début en construisant des corps tchébychéviens dont les clôtures galoisiennes sont des extensions abéliennes non ramifiées de degré l de certains corps cycliques de degré $l - 1$. Les paragraphes 2, 3 et 4 sont essentiellement indépendants; seuls quelques lemmes établis au paragraphe 2 servent dans les paragraphes 3 et 4.

L'idée d'étudier les corps tchébychéviens m'a été donnée par Pierre Barrucand; les trois premiers paragraphes de ce travail ont été élaborés avec lui; je tiens à le remercier ici.

0) Notations

Nous désignons par n un nombre positif impair (dans les parties 2), 3) et 4) ce n sera supposé premier, nous poserons alors $n = l$), par K le corps quadratique $\mathbf{Q}(\sqrt{d})$ où d est sans carré, par δ le discriminant de K et par ξ et $\bar{\xi}$ deux entiers conjugués (non rationnels) de K tels que $\xi\bar{\xi} = M^n$ où M est un entier rationnel. Nous choisissons une racine n-ième de ξ que nous notons $\sqrt[n]{\xi}$ et nous posons $\sqrt[n]{\bar{\xi}} = M/\sqrt[n]{\xi}$, $\zeta = \exp\left(\frac{2\pi i}{n}\right)$, $\omega = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ et $L = \mathbf{Q}(\omega, \sqrt{d(\omega^2 - 1)})$. Pour tout entier positif k, nous posons

$$t_k = (\sqrt[n]{\xi})^k + (\sqrt[n]{\bar{\xi}})^k, \quad t^{(k)} = \zeta^k \sqrt[n]{\xi} + \zeta^{-k} \sqrt[n]{\bar{\xi}},$$

$T^{(k)} = \mathbf{Q}(t^{(k)})$, $t = t^{(0)}$ et $T = T^{(0)}$. Nous désignons par N la clôture galoisienne de T. Enfin, si A est un anneau, A^n est le semi-groupe des puissanceses n-ièmes des élémentsde A et A^* est le groupe des éléments inversibles de A.

1) Etude générale

1.1. *Une famille de polynômes*

Pour tout entier positif k, nous désignons par $T_k(X)$ le polynôme vérifiant $T_k(e^z + e^{-z}) = e^{kz} + e^{-kz}$ (c'est-à-dire, à une légère modification