

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 25 (1979)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CORPS RÉSOUBLES ET DIVISIBILITÉ DE NOMBRES DE CLASSES D'IDÉAUX
Autor: Satgé, Ph.

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-50376>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

dérons l'extension $M = \mathbf{Q}(\zeta, \sqrt[5]{x})$. — C'est une extension galoisienne de degré 100 sur \mathbf{Q} ; l'extension $M/\mathbf{Q}(\zeta)$ est de degré 5 et l'ensemble des 4 automorphismes non triviaux de $M/\mathbf{Q}(\zeta)$ est une classe de conjugaison de $\text{Gal}(M/\mathbf{Q})$; notons la C . — D'après le théorème de Tchebotarev, il existe une infinité de nombres premiers dont le Frobenius est cette classe de conjugaison. — Soit p un tel nombre premier; il est totalement décomposé dans $\mathbf{Q}(\zeta)$ donc congru à 1 modulo 25, et il n'est pas totalement décomposé dans M donc x n'est pas une puissance 5-ième modulo p . — En conséquence, si $z = \pm p$, le nombre de classes du corps

$\mathbf{Q}\left(\sqrt{\left(\frac{-5 + \sqrt{5}}{2}\right)(x^2 - 4z^5)}\right)$ est divisible par 5 dès que $x^2 - 4z^5$

est divisible par 125. — Prenons $x = 2$ et $z = p$ alors $x^2 - 4z^5 = 4 - 4p^5 = y^2\delta$ est divisible par 125. — Pour un δ fixé l'équation $4 - 4p^5 = y^2\delta$ n'a, d'après le théorème de Thue, qu'un nombre fini de solutions; une infinité de p étant permis, on obtient donc l'infinité de δ cherchée et ces δ sont clairement négatifs. — De même, en prenant $x = 11$ et $z = -p$, on obtient l'infinité de δ positifs cherchée. —

Remarque. On peut montrer qu'en fait, dans le cas $l = 5$, les conditions nécessaires à la divisibilité par 5 du nombre de classes de

$\mathbf{Q}\left(\sqrt{\left(\frac{-5 + \sqrt{5}}{2}\right)(x^2 - 4z^5)}\right)$ énoncées dans le théorème 4.3.1. sont

suffisantes. —

BIBLIOGRAPHIE

- [1] GUT, Max. Relativquadratische Zahlkörper, deren Klassenzahl durch eine vorgegebene ungerade Primzahl teilbar ist. *Comment. Math. Helv.* 2. (1954), pp.270-277.
- [2] NEUMANN, Olaf. Relativquadratische Zahlkörper, deren Klassenzahlen durch 3 teilbar sind. *Math. Nachrichten* 56 (1973), pp. 281--306.
- [3] HONDA, Taira. On real quadratic fields whose class numbers are multiples of 3. *J. Reine Angew. Math.* 233 (1968), pp. 101-102.
- [4] GRAS, Georges. Extensions abéliennes non ramifiées de degré premier d'un corps quadratique. *Bull. Soc. Math. France* 100 (1972), pp. 177-193.

- [5] UCHIDA, Kenkichi. Unramified extensions of quadratic number fields I. *Tôhoku Math. J.* 22:1 (1970), pp. 138-141.
- [6] CHEVALLEY, Claude. Sur deux théorèmes d'arithmétiques. *J. of the Math. Soc. of Japan*, 3 (1951), pp. 36-44.
- [7] HECKE, E. *Vorlesungen über die Theorie der Algebraischen Zahlen*. Academic Verlag, Leipzig, 1923.
- [8] SERRE, J. P. *Corps locaux*. Hermann. Paris.
- [9] MORDELL, L. J. *Diophantine Equations*. Academic Press New York.

(Reçu le 24 mai 1978)

Philippe Satgé

Université de Caen
Département de Mathématiques
14032 Caen CEDEX.

NOTE.

Ce travail est un travail commun avec Pierre BARRUCAND. Seules des divergences sur la manière de présenter et de rédiger les résultats ont conduit à les publier sous le seul nom du rédacteur.