Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOMBRES ALGÉBRIQUES ET THÉORIE DES AUTOMATES
Kurzfassung
Autor: France, Michel Mendes
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-51067

NOMBRES ALGÉBRIQUES ET THÉORIE DES AUTOMATES

par Michel MENDES FRANCE

Résumé : La théorie des automates permet d'aborder le problème de la représentation décimale des nombres algébriques réels.

§ 1. DEUX PROBLÈMES

Ce compte rendu est un résumé d'un article à paraître au Bulletin de la Société Mathématique de France, écrit conjointement avec G. Christol, T. Kamae et G. Rauzy. L'objet de ce travail est de fournir une première approche à la solution des deux problèmes suivants:

PROBLÈME 1. *Soient* g_1 *et* g_2 *deux entiers* $\geqslant 2$ *tels que* $\log g_1/\log g_2 \notin \mathbf{Q}$. *Soit* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$ *une suite infinie d'entiers tels que* $0 \leqslant \varepsilon_n < \min\{g_1, g_2\}$. *Montrer que les nombres*

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{g_1^n} \qquad \eta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{g_2^n}$$

sont ou bien tous deux rationnels, ou bien l'un au moins est transcendant.

PROBLÈME 2. *Soit* ζ *un nombre algébrique irrationnel réel. Soit*

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{g^n} \qquad 0 \leqslant \varepsilon_n < g$$

son développement en base g. *La suite* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$ *est-elle au « hasard » ?*

La notion de hasard est, bien entendu, à préciser. Il y a essentiellement deux interprétations possibles à la question. En premier lieu, « suite au hasard » pourrait signifier « suite normale »: la fréquence d'apparition de tout mot construit sur l'alphabet $\{0, 1, \ldots, g-1\}$ est égale à g^{-l} où l est la longueur du mot considéré (notion de nombre normal). En second