

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 27 (1981)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE HYPER-KLOOSTERMAN SUM
Autor: Weinstein, Lenard

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51738>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$S(a_1, \dots, a_{k-1}, a_k; q) = S(a_1, \dots, a_{k-1}, a_{k_1}; q_1) S(a_1, \dots, a_{k-1}, a_{k_2}; q_2).$$

Thus by the inductive assumption

$$\begin{aligned} & | S(a_1, \dots, a_{k-1}, a_k; q) | \\ & \leq k^{v(q_1)} (q_1)^{\frac{k-1}{2}} (a_1, a_{k_1}, q_1)^{1/2} \dots (a_{k-1}, a_{k_1}, q_1)^{1/2} \\ & \quad \cdot k^{v(q_2)} (q_2)^{\frac{k-1}{2}} (a_1, a_{k_2}, q_2)^{1/2} \dots (a_{k-1}, a_{k_2}, q_2)^{1/2}. \end{aligned}$$

Since it is easily seen

$$\begin{aligned} (a_1, a_{k_1}, q_1) (a_1, a_{k_2}, q_2) &= (a_1, a_k, q) \\ &\vdots \\ (a_{k-1}, a_{k_1}, q_1) (a_{k-1}, a_{k_2}, q_2) &= (a_{k-1}, a_k, q) \end{aligned}$$

the theorem is proved.

Theorem 2 is proved similarly.

Note. By symmetry, the $(a_1, a_k, q)^{1/2} \dots (a_{k-1}, a_k, q)^{1/2}$ term in Theorems 1 and 2 may be replaced by

$$\begin{aligned} \min \{ & (a_1, a_k, q)^{1/2} (a_2, a_k, q)^{1/2} \dots (a_{k-1}, a_k, q)^{1/2}, \\ & (a_1, a_{k-1}, q)^{1/2} (a_2, a_{k-1}, q)^{1/2} \dots (a_k, a_{k-1}, q)^{1/2}, \\ & \vdots \\ & (a_2, a_1, q)^{1/2} (a_3, a_1, q)^{1/2} \dots (a_k, a_1, q)^{1/2} \}. \end{aligned}$$

REFERENCES

- [1] DELIGNE, P. Séminaire Géométrie Algébrique $4^{1/2}$. *Lecture Notes 569* (1977), pp. 221, 228.
- [2] ESTERMANN, T. On Kloosterman's sum. *Mathematika* 8 (1961), pp. 83-86.
- [3] NAGELL, T. *Number Theory*. New York, John Wiley & Sons, 1951.

(Reçu le 14 juin 1980)

Lenard Weinstein

Department of Mathematics
Temple University
Philadelphia, Pennsylvania 19122