

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1982)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN  
**Autor:** Ziegler, Martin  
**Vorwort:** 0) EINLEITUNG  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-52241>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN \*

von Martin ZIEGLER

Professor E. Specker zum sechzigsten Geburtstag

## 0) EINLEITUNG

Wir konstruieren in dieser Arbeit eine Reihe von Körpern, in denen sich der Ring der ganzen Zahlen interpretieren läßt. Als Folgerung ergibt sich:

Eine endlich axiomatisierte Theorie, die einen algebraisch abgeschlossenen Körper,  $\mathbf{R}$  (den Körper der reellen Zahlen) oder einen der  $p$ -adischen Körper  $\mathbf{Q}_p$  als Modell hat, ist erblich unentscheidbar.

Insbesondere haben wir: (Fall  $\mathbf{R}$ )

Die Theorie der euklidischen Körper ist erblich unentscheidbar.

Die Theorie der pythagoräischen Körper ist erblich unentscheidbar.

(Ein formal-reeller Körper ist *euklidisch*, wenn jedes Element Quadrat oder Negatives eines Quadrates ist, und *pythagoräisch*, wenn jede Quadratsumme Quadrat ist.)

Die Frage nach der Entscheidbarkeit der euklidischen Körper wurde 1959 von Tarski gestellt ([T]). Der Fall  $\mathbf{R}$  unseres oben angegebenen Satzes wurde in [T] vermutet.

Tarskis Problem wurde bisher nur von K. Hauschild behandelt ([H 1], [H 2]). Sein Beweis für die Unentscheidbarkeit der pythagoräischen Körper ist jedoch fehlerhaft und irreparabel (siehe [C], [F]). Unsere Konstruktion verwendet einige grundsätzliche Ideen Hauschilds: „ $q$ -te Wurzeln“, „Bewertungen“, „schrittweise Konstruktion“.

Ich danke A. Prestel und U. Henschel für ihre Unterstützung.

## 1) DISKUSSION DES RESULTATS

$F_p$  sei der Körper mit  $p$  Elementen.  $L_p$  der algebraische Abschluß des rationalen Funktionenkörpers  $F_p(t)$ .

---

\* This article has already been published in *Logic and Algorithmic*, an international Symposium in honour of Ernst Specker, Zürich, February 1980. Monographie de L'Enseignement Mathématique N° 30, Genève 1982.