

## 2.1. Preliminaries

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1982)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$SU(n, 1)$ . For convenience, in order to avoid matrix manipulations, we restrict ourselves here to the case that the compact subgroup  $K$  is abelian.

The results of this paper may be generalized rather easily to the universal covering group of  $SL(2, \mathbf{R})$ . The extension to  $SL(2, \mathbf{C})$  was done by KOSTERS [28], see also NAIMARK [34, ch. 3, §9]. Hopefully, an extension to  $SO_0(n, 1)$  and  $SU(n, 1)$  is feasible.

The reader of this paper is supposed to already have a modest knowledge about certain elements of semisimple Lie theory, like principal series and spherical functions. Suitable references will be given. Some of this preliminary material can also be found in the earlier version [27]. Modern accounts of the infinitesimal approach to  $SL(2, \mathbf{R})$  can be found, for instance, in SCHMID [36, §2] or VAN DIJK [9]. TAKAHASHI [42] also presented a global approach to  $SL(2, \mathbf{R})$ , partly based on an earlier version of the present paper, partly (the global proof of Theorem 5.4) independently.

Finally, I would like to thank G. van Dijk and M. Flensted-Jensen for useful comments.

## 2. THE CANONICAL MATRIX ELEMENTS OF THE PRINCIPAL SERIES

### 2.1. PRELIMINARIES

Let  $G$  be a locally compact group satisfying the second axiom of countability (lcsc. group). A *Hilbert representation* of  $G$  is a strongly continuous but not necessarily unitary representation  $\tau$  of  $G$  on some Hilbert space  $\mathcal{H}(\tau)$  (which is always assumed to be separable). Let  $K$  be a compact subgroup of  $G$ . A Hilbert representation  $\tau$  of  $G$  is called  *$K$ -unitary* if the restriction  $\tau|_K$  of  $\tau$  to  $K$  is a unitary representation of  $K$ . A Hilbert representation  $\tau$  of  $G$  is called  *$K$ -finite* respectively  *$K$ -multiplicity free* if  $\tau$  is  $K$ -unitary and each  $\delta \in \hat{K}$  has finite multiplicity respectively multiplicity 1 or 0 in  $\tau|_K$ . If  $\tau$  is  $K$ -multiplicity free then the  *$K$ -content*  $\mathcal{M}(\tau)$  of  $\tau$  is the set of all  $\delta \in \hat{K}$  which have multiplicity 1 in  $\tau|_K$ .

Let  $K$  be a compact abelian subgroup of  $G$  and let  $\tau$  be a  $K$ -multiplicity free representation of  $G$ . Choose an orthogonal basis  $\{\phi_\delta \mid \delta \in \mathcal{M}(\tau)\}$  of  $\mathcal{H}(\tau)$  such that

$$\tau(k)\phi_\delta = \delta(k)\phi_\delta, \quad \delta \in \mathcal{M}(\tau), k \in K.$$

We call  $\{\phi_\delta\}$  a  *$K$ -basis* for  $\mathcal{H}(\tau)$  and the functions  $\tau_{\gamma, \delta}(\gamma, \delta \in \mathcal{M}(\tau))$ , defined by

$$(2.1) \quad \tau_{\gamma, \delta}(g) := (\tau(g)\phi_\delta, \phi_\gamma), \quad g \in G,$$

the *canonical matrix elements* of  $\tau$  (with respect to  $K$ ).