

## 4.3. Notes

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1982)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$(4.10) \quad A\phi_m = c_{\xi, \lambda, m} \phi_m,$$

where  $m \in \mathbf{Z} + \xi$  such that  $\delta_m \in \mathcal{M}(\sigma)$  and  $c_{\xi, \lambda, m}$  is given by (4.9).

### 4.3. NOTES

4.3.1. Definition 4.1 of Naimark relatedness goes back to NAIMARK [33]. He introduced this concept in the context of representations of the Lorentz group on a reflexive Banach space. Next he gave a much more involved definition in his book [34, Ch. 3, §9, No. 3]. Afterwards, many different versions of this definition appeared in literature, which all refer to [34]. We mention ZELOBENKO & NAIMARK [51, Def. 2] (“weak equivalence” for representations on locally convex spaces), FELL [13, §6] (Naimark relatedness for “linear system representations”) and WARNER [48, p. 232 and p. 242]. Warner starts with the definition of Naimark relatedness for Banach representations of an associative algebra over  $\mathbf{C}$  (this definition is similar to our Definition 4.1) and next he defines Naimark relatedness for Banach representations of an lcsc. group  $G$  in terms of Naimark relatedness for the corresponding representations of  $M_c(G)$  or (equivalently)  $C_c(G)$ . Warner’s definition seems to be standard now. POULSEN [35, Def. 33] gives Naimark’s original definition [33] and he calls it weak equivalence. FELL [13] (see also WARNER [48, Theorem 4.5.5.2]) proved that, for  $K$ -finite Banach representations of a connected unimodular Lie group, two representations are Naimark related iff they are infinitesimally equivalent.

4.3.2. Our implication (c)  $\Rightarrow$  (a) in Theorem 4.5 is related to WALLACH [44, Cor. 2.1]. Theorem 4.7 can be formulated for general semisimple Lie groups  $G$ . If  $\pi_{\xi, \lambda}$  is an irreducible principal series representation and if  $s \in W$  then  $\pi_{\xi, \lambda} \simeq \pi_{\xi^s, s \cdot \lambda}$  (cf. WALLACH [44, Theorem 3.1]). This yields part (a). Regarding part (b) see LEPOWSKY’s [29, Theorem 9.8] result that  $\pi_{\xi, \lambda}$  and  $\pi_{\xi^s, s \cdot \lambda}$  have equivalent composition series.

4.3.3. Theorem 4.7 was first proved in the unitarizable cases by BARGMANN [2]. He used infinitesimal methods. TAKAHASHI [39] proved Theorem 4.7 (again in the unitarizable cases) by calculating the diagonal matrix elements  $\pi_{\xi, \lambda, m, n}(a_t)$  and by observing that they are even in  $\lambda$ . GELFAND, GRAEV & VILENKIN [17, Ch. VII, §4] obtained Theorem 4.7 by working in the noncompact realization of the principal series and by explicitly constructing all possible intertwining operators.

4.3.4. Analogues of the results in §4.1 hold for nonabelian  $K$  and (in Lemmas 4.3, 4.4 and Corollary 4.6) for  $K$ -finite representations, cf. [27, §4].