

5.1. Spherical functions

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1982)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

5. EQUIVALENCE OF IRREDUCIBLE REPRESENTATIONS OF $SU(1, 1)$
TO SUBREPRESENTATIONS OF THE PRINCIPAL SERIES

The first two subsections review some generalities about Gelfand pairs and spherical functions. By using the concepts developed there we can next, in §5.4, translate the problem of classifying the irreducible representations of $SU(1, 1)$ in such a way that the problem can be solved by global methods. For this the generalized Abel transform (§5.3) and the Chebyshev transform pair of Deans (Theorem 5.10) are the main tools. The problem is finally reduced to finding the continuous characters on the convolution algebra $\mathcal{D}_{\text{even}}(\mathbf{R})$ (Prop. 5.7).

5.1. SPHERICAL FUNCTIONS

We remember some of the standard facts about spherical functions (cf. for instance GODEMENT [20], HELGASON [25, Ch. X], FARAUT [12, Ch. 1]). Let G be a unimodular lsc. group with compact subgroup K . (G, K) is called a *Gelfand pair* if $C_c(K \backslash G / K)$ is a commutative algebra under convolution. If there is a continuous involutive automorphism α on G such that $\alpha(KxK) = Kx^{-1}K$ ($x \in G$) then (G, K) is a Gelfand pair. If (G, K) is a Gelfand pair and the irreducible representation τ of G is unitary or K -finite then the representation 1 of K has multiplicity 0 or 1 in τ .

Let (G, K) be a Gelfand pair. A *spherical function* is a function $\phi \neq 0$ on G such that

$$\phi(x)\phi(y) = \int_K \phi(xky)dk, \quad x, y \in G.$$

The nonzero continuous algebra homomorphisms from $C_c(K \backslash G / K)$ (or $C_c^\infty(K \backslash G / K)$ if G is a Lie group) to \mathbf{C} are precisely of the form

$$(5.1) \quad f \rightarrow \int_G f(x)\phi(x^{-1})dx,$$

where ϕ is a spherical function. If τ is a K -unitary representation of G and if $\mathcal{H}(\tau)$ contains a K -fixed unit vector v , unique up to a constant factor, then $x \rightarrow (\tau(x)v, v)$ is a spherical function.