

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1984)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## PARTITIONS INTO SQUARES

by Emil GROSSWALD

ABSTRACT <sup>1)</sup>. In following D. H. Lehmer (*Amer. Math. Monthly* 55 (1948), 476-481), the notation  $P_k(n)$  stands for the number of partitions of the integer  $n$  into sums of  $k$  squares of positive integers in, say, non-decreasing order. D. H. Lehmer has determined the sets  $S_{k,1}$  of integers  $n$  with  $P_k(n) = 1$ . Here the sets  $S_{k,m}$  of integers satisfying  $P_k(n) = m$  are determined. Next, the sets  $S_{k,m}(x) \subset S_{k,m}$ , with  $n \leq x$  are described and exact or asymptotic formulae are obtained for their size.

1. INTRODUCTION. In 1948, D. H. Lehmer [8] studied the solutions of the equation  $P_k(n) = 1$ , where  $P_k(n)$  is the number of *partitions* of the integer  $n$  into a sum of  $k$  squares of non-negative, non-decreasing integers. The number  $P_k(n)$  of partitions differs from the number  $r_k(n)$  of *representations* of  $n$  by  $k$  squares in that, for  $r_k(n)$ , we count representations as distinct if they differ by the order of the summands and the summands are squares of arbitrary (also negative) integers. If all summands of a partition counted by  $P_k(n)$  are distinct and non-zero, then to it correspond  $2^k k!$  representations counted by  $r_k(n)$ . If any one of the summands of a partition vanishes, or if not all are distinct, then to that partition correspond fewer than  $2^k k!$  representations, but in any case,  $P_k(n) \geq r_k(n)/2^k k!$ .

In [8] Lehmer essentially solved the problem quoted above, except for  $k = 3$ . A contribution to the latter case was recently made by Bateman and the author (see [2]), but the problem is still not completely solved.

The purpose of the present paper is to discuss the more general question of the sets

$$S_{k,m} = \{n \mid P_k(n) = m\} \text{ and } S_{k,m}(x) = \{n \mid n \in S_{k,m}, n \leq x\},$$

as well as  $|S_{k,m}(x)|$ , the number of elements of  $S_{k,m}(x)$ .

<sup>1)</sup> Subject classification: 10 J 05.