

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **35 (1989)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

it by some meromorphic function with suitably chosen zeroes and poles in  $V$  and with "ones" of sufficiently large multiplicities at the points  $b_j$ . Such a function exists because a meromorphic function on  $V$  with zeroes and poles prescribed can be multiplied by the exponential of a suitable holomorphic function in order that the product has the desired "ones" with at least the desired multiplicities.

With the notation of the previous paragraph, we can already state the following.

**THEOREM.** *There exists a meromorphic differential in  $V$  with divisor  $\delta_0 - \delta$ , with precisely the singular parts defined at the  $\{b_j\}_{j \in \mathbf{N}}$  by the  $P_j(1/z_j) dz_j$ , and with prescribed periods at the cycles of the canonical homology basis  $F$ .*

*Proof.* By applying an easy induction argument based on Lemma 2 to the sequence  $(U_n)$  we obtain a holomorphic function  $h$  in  $V$  with divisor  $\geq \delta$  and such that  $e^h \omega$  has the prescribed periods. Since  $e^h$  has at every  $b_j$  a "one" of multiplicity  $\geq m_j (j \in \mathbf{N})$ , we also deduce that  $e^h \omega$  has the same singular parts that  $\omega$ .

**COROLLARY.** *For a meromorphic function  $f$  in  $V$  it is possible to prescribe the divisors of  $f$  and  $df$ , provided that they are compatible (in the obvious sense), and the periods of  $d \log f$  (being of course integral multiples of  $2\pi i$ ) along curves defining any canonical homology basis of  $V$  (whenever these curves contain none of the zeroes or poles of  $f$ ).*

*Proof.* If a meromorphic differential  $\omega$  in  $V$  is chosen with only simple poles (corresponding to the zeroes and poles of  $f$ ), suitable integral residues at these poles, suitable zeroes (corresponding to the zeroes of  $df$  at which  $f$  does not vanish) and the prescribed periods, it must be of the form  $d \log f$ , with  $f$  having all desired properties.

#### REFERENCES

- [1] BISHOP, E. Subalgebras of functions on a Riemann surface. *Pacific J. Math.* 8 (1958), 29-50.
- [2] GUNNING, R. C. and R. NARASIMHAN. Immersions of open Riemann surfaces. *Math. Ann.* 174 (1967), 103-108.

- [3] KUSUNOKI, Y. and Y. SAINOUCHI. Holomorphic differentials on open Riemann surfaces. *J. Math. Kyoto Univ.* 11 (1971), 181-194.
- [4] NARASIMHAN, R. *Several complex variables*. Chicago Lectures in Mathematics. The University of Chicago Press. 1971.
- [5] SCHMIEDER, G. Funktionen mit vorgeschriebenen Null and Verzweigungsstellen auf Riemannsche Flächen. *Arch. Math.* 37 (1981), 72-77.

(Reçu le 10 août 1988)

Pascual Cutillas Ripoll

Universidad de Salamanca  
Departamento de Matemáticas  
Plaza de la Merced, 1-4  
37008 Salamanca (Spain)