

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1991)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

COMMENT RENDRE GÉODÉSIQUE UNE TRIANGULATION D'UNE SURFACE ?

par Yves COLIN DE VERDIÈRE

RÉSUMÉ. On montre que toute triangulation d'une surface compacte à courbure négative ou nulle est rendue géodésique par minimisation de l'énergie et un résultat analogue pour les polygones convexes du plan. On obtient ainsi des analogues discrets naturels de théorèmes connus pour les applications harmoniques de surfaces (Kneser-Choquet, Jost-Schoen) et une extension de résultats de Tutte.

Etant donnée une surface compacte X munie d'une métrique riemannienne g , on appelle *triangulation* (topologique) de X , la donnée d'un *complexe simplicial* X_0 , d'un homéomorphisme Φ_0 de X_0 sur X dont la restriction φ_0 au 1-squelette Γ_0 de X_0 soit un plongement C^1 -par morceaux. On dira que la *triangulation est géodésique* si les images des arêtes de Γ_0 par φ_0 sont des arcs de géodésiques pour la métrique g .

Le problème que nous étudions est le suivant: peut-on déformer une triangulation d'une surface de façon à la rendre géodésique?

La réponse est connue dans le cas euclidien par Fary [FY], Tutte [TU]. La méthode employée par Tutte est proche de la nôtre mais utilise directement le critère de planarité de Kuratowski. Un argument global de courbure totale (Gauss-Bonnet) associé à une étude complète des problèmes de dégénérescence permet de donner une méthode géométrique directe qui marche sous la seule hypothèse de courbure ≤ 0 . L'idée est de considérer chaque arête comme un élastique avec une constante de couplage arbitraire: la position d'équilibre, minimum de l'énergie potentielle, de ce filet élastique donne une solution.

Si on note A l'ensemble des arêtes de Γ_0 et qu'on introduit, sur chaque arête $(i, j) \in A$, un paramètre $s \in [0, 1]$, on note, pour toute application $\varphi: \Gamma_0 \rightarrow X$, et pour tout $c = (c_{i,j}) \in (\mathbf{R}^+ \setminus 0)^A$, $E_c(\varphi)$ l'énergie de φ donnée par:

Mots clés: triangulation, calcul des variations.

Codes AMS: 05C10, 53C22, 57M20, 57R05, 57R40, 58E10, 58E20.