

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

3.9. *Example.* Let  $\mathbf{X} := \{x^3 + y^4 + z^3 = 0\} \subset \mathbf{C}^3$  and let  $f \in \mathfrak{m}_{\mathbf{X},0}$  be the function induced by  $\tilde{f} \in \mathfrak{m}_{\mathbf{C}^3,0}$ ,  $\tilde{f} = x$ . Consider the linear function  $l$  induced by  $\tilde{l} = y$ . Then  $l \in \Omega_f$ . We get that  $\Delta(l, f)$  is irreducible and has the Puiseux parametrization:  $l = \alpha v^3$ ,  $\lambda = v^4$ , where  $\alpha$  is a nonzero constant, easy to determine.

Let  $c \in \Delta(l, f) \cap (D_\alpha \times \{\eta\})$  and let  $a \notin \Delta(l, f) \cap (D_\alpha \times \{\eta\})$  be a neighbour point of  $c$ .

The monodromy  $h'_a$  can be identified to the monodromy of the function  $f_a: (\mathbf{X}_a, 0) \rightarrow (\mathbf{C}, 0)$  induced by  $\tilde{f}_a = v$ , where  $\mathbf{X}_a := \{x = v^4, y = v^3, z = \sqrt[3]{2\gamma v^4}\}$  and  $\gamma$  is a 3-root of  $-1$ . We get  $\zeta_{h'_a}(t) = (1-t)^{-3}$ , hence  $\zeta_{h_c^{\text{rel}}} = (1-t)^2$ .

By using (8), the final result is  $\zeta_f(t) = (1-t)^{-3}(1-t^4)^2$ . We also get  $\Lambda(f) = 3$ .

Notice that there is another way of computing the zeta function in this example, by using the usual  $\mathbf{C}^*$ -action on  $\mathbf{X}$ , which fixes the zero set  $\{\tilde{f} = 0\}$ . It follows that the monodromy  $h_f$  of  $f$  is equal to the 3<sup>rd</sup> power of the monodromy  $h_g$  of the function  $g: (\mathbf{C}^2, 0) \rightarrow (\mathbf{C}, 0)$ ,  $g = y^4 + z^3$  and  $\zeta_{h_g^3}(t)$  can be computed from the eigenvalues of  $h_g$ . If we change the above function  $\tilde{f}$  into  $\tilde{f}_1 := x + y$ , then the set  $\{\tilde{f}_1 = 0\}$  is no more invariant under the above-mentioned  $\mathbf{C}^*$ -action. The computations for the zeta-function of  $h_{f_1}$  are slightly more complicated, since we get two Puiseux pairs, with  $n_{1,1} = 1$ ,  $n_{1,2} = 3$ . This time, the result is  $\zeta_{f_1}(t) = (1-t)^{-1}(1-t^3)^{-1}(1-t^9)$ .

#### REFERENCES

- [BK] BRIESKORN, E und H. KNÖRER. *Ebene algebraische Kurven*. Birkhäuser Verlag, 1981.
- [A'C-1] A'CAMPO, N. Le nombre de Lefschetz d'une monodromie. *Indag. Math.* 35 (1973), 113-118.
- [A'C-2] ——— La fonction zêta d'une monodromie. *Comment. Math. Helvetici* 50 (1975), 233-248.
- [EN] EISENBUD, D. and W. NEUMANN. *Three-dimensional link theory and invariants of plane curve singularities*. Annals of Math. Studies 110 (1985), Princeton Univ. Press.
- [Lê-1] LÊ, D.T. The geometry of the monodromy theorem. C.P. Ramanujam — a tribute, Tata Institute, Springer-Verlag.
- [Lê-2] ——— Some remarks on the relative monodromy. *Real and Complex Singularities* Oslo 1976, Sijhoff en Nordhoff, Alphen a.d. Rijn 1977, 397-403.
- [Lê-3] ——— La théorème de monodromie singulière. *C.R. Acad. Sci. Paris t. 288, III* (1979), 985-988.

- [Lê-4] LÊ, D.T. Calcul du nombre de cycles évanouissants d'une hypersurface complexe. *Ann. Inst. Fourier, Grenoble*, 23, 4 (1973), 261-270.
- [Lo] LOOIJENGA, E.J.N. *Isolated Singular Points on Complete Intersections*. LMS Lecture Notes 77, Cambridge Univ. Press 1984.
- [Mi] MILNOR, J. Singular points of complex hypersurfaces. *Ann. of Math. Studies* 61, Princeton 1968.
- [Ne] NÉMETHI, A. The zeta-function of singularities. *J. of Algebraic Geometry* 2 (1993), 1-23.
- [Sch] SCHRAUWEN, R. *Series of Singularities and Their Topology*. PhD thesis, University of Utrecht 1991.
- [Si] SIERSMA, D. The monodromy of a series of hypersurface singularities. *Comment. Math. Helvetici* 65 (1990), 181-197.
- [Ti] TIBĂR, M. *The Lefschetz Number of a Monodromy Transformation*. Dissertation, University of Utrecht 1992.

(Reçu le 23 mars 1993)

Mihai Tibăr

Institute of Mathematics  
Romanian Academy  
C.P. 1-764  
RO-70700 Bucharest  
(Romania)

**Vide-leer-empty**