

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 41 (1995)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: STRUCTURE CONFORME AU BORD ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN
CAT(- 1)-ESPACE
Autor: Bourdon, Marc
Kurzfassung: Sommaire
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-61817>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

STRUCTURE CONFORME AU BORD
ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN $CAT(-1)$ -ESPACE

par Marc BOURDON

RÉSUMÉ. Soit X un $CAT(-1)$ -espace. On montre que son bord admet une structure conforme canonique invariante par les isométries de X . Soit maintenant un groupe hyperbolique agissant sur X par isométries, de manière quasi-convexe. On étudie la structure conforme de son ensemble limite en liaison avec le flot géodésique.

ABSTRACT. Let X be a $CAT(-1)$ -space. We show that its boundary admits a canonical conformal structure, invariant by the isometries of X . Now let Γ be a hyperbolic group acting on X by isometries, in a quasi-convex way. We study the conformal structure of its limit set linked with the geodesic flow.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	64
1. PRÉLIMINAIRES	65
1.1. Généralités sur les espaces métriques	65
1.2. Espaces hyperboliques géodésiques	67
1.3. $CAT(-b^2)$ -espaces	68
1.4. Bord d'un espace hyperbolique	69
1.5. Métriques visuelles sur ∂X	70
1.6. Action au bord des quasi-isométries	72
1.7. Groupes hyperboliques	77
1.8. Groupes quasi-convexes	78

2. STRUCTURE CONFORME SUR LE BORD D'UN $CAT(-1)$ -ESPACE. ENSEMBLE LIMITE ET FLOT GÉODÉSIQUE ASSOCIÉS À UNE ACTION QUASI-CONVEXE	80
2.0. Introduction	80
2.1. Fonctions de Busemann	82
2.2. Distances horosphériques	82
2.3. Horosphères	82
2.4. Produits de Gromov de deux éléments de ∂X	83
2.5. Une famille de métriques visuelles sur ∂X	84
2.6. Structure conforme sur ∂X	89
2.7. Mesures conformes sur l'ensemble limite d'un groupe quasi-convexe	92
2.8. Flot géodésique associé à une action quasi-convexe	93
2.9. Le paramétrage de Hopf de (\mathcal{E}, Φ_T)	95
2.10. Mesure d'entropie maximale	96
2.11. Preuve du théorème 2.0.1	97
RÉFÉRENCES	101

INTRODUCTION

On étudie ici les actions isométriques quasi-convexes d'un groupe hyperbolique au sens de M. Gromov, sur les $CAT(-1)$ -espaces. Ces espaces, qui remontent à Aleksandrov, connaissent depuis quelque temps déjà un regain d'intérêt sous l'impulsion de M. Gromov. Ils forment une vaste généralisation des variétés riemanniennes simplement connexes à courbure inférieure à -1 , les exemples les plus fameux étant les polyèdres hyperboliques de M. Gromov. Nous nous intéressons plus particulièrement au flot géodésique associé à une action quasi-convexe sur un tel espace, et à l'action du groupe sur son ensemble limite. Le principal résultat est le suivant :

Comme tout espace hyperbolique, un $CAT(-1)$ -espace X admet un bord, lui-même muni d'une structure quasi-conforme canonique (un invariant de quasi-isométrie de X). La propriété $CAT(-1)$ permet d'affiner cette structure : nous construisons sur ∂X une structure conforme canonique compatible avec sa structure quasi-conforme et invariante par les isométries de X . Elle est décrite par une famille de métriques visuelles deux à deux conformes que nous construisons à partir des fonctions de Busemann.

Soit maintenant une action isométrique quasi-convexe d'un groupe hyperbolique Γ sur un $CAT(-1)$ -espace X . On sait que l'ensemble limite