Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 41 (1995)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: STRUCTURE CONFORME AU BORD ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN CAT(- 1)-ESPACE

Autor: Bourdon, Marc

Kapitel: 2.2. Distances horosphériques

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61817

limite et du flot géodésique associés à une action isométrique, quasi-convexe, d'un groupe hyperbolique sur X. On développe brièvement la notion de mesure conforme sur l'ensemble limite, et on rappelle une construction de la mesure d'entropie maximale du flot géodésique. Au paragraphe 2.11, nous montrons le théorème 2.0.1.

2.1. Fonctions de Busemann

Soit $r: [0, +\infty[\to X$ un rayon géodésique, et $x \in X$. D'après l'inégalité triangulaire, la fonction

$$t \mapsto |x - r(t)| - t$$

est décroissante et minorée par $-|x - r(0)|$. Appelons $b_r(x)$ sa limite en $+\infty$. L'application b_r de X dans $\mathbf{R}$ ainsi définie, est la fonction de Busemann associée au rayon r.

2.2. Distances horosphériques

Soit $x, y \in X$, $\xi \in \partial X$, et $r: [0, +\infty[\to X$ un rayon géodésique d'extrémité ξ. La quantité

$$\lim_{t \to +\infty} |x - r(t)| - |y - r(t)|$$

est égale à $b_r(x) - b_r(y)$. Elle est indépendante du rayon r d'extrémité ξ. En effet si r' est un autre rayon d'extrémité ξ, par comparaison avec $\mathbf{H}^2_{\mathbf{R}}$, on a:

$$\lim_{t \to +\infty} d(r'(t), r) = 0 . \tag{2.2.0}$$

La limite $B_\xi(x, y) = \lim_{t \to +\infty} |x - r(t)| - |y - r(t)|$ est appelée distance horosphérique de x à y relativement à ξ. Elle vérifie:

$$B_\xi(x, y) = -B_\xi(y, x) \tag{2.2.1}$$

$$B_\xi(x, z) = B_\xi(x, y) + B_\xi(y, z) \tag{2.2.2}$$

$$B_\xi(x, y) \leqslant |x - y| \tag{2.2.3}$$

avec égalité si et seulement si $y \in [x\xi)$.

2.3. Horosphères

Considérons les ensembles de niveau de la fonction:

$$f_x: z \mapsto B_\xi(x, z) .$$