

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **44 (1998)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

The second equality may be rewritten as

$$(8.10) \quad \phi^{2k} > r.$$

From the first inequality of (8.9) and (8.10) it follows that

$$\frac{\Delta}{5} \phi^{2h+1} \phi^{2k} = \frac{\Delta}{5} \phi^{2(h+k)+1} > r.$$

Hence

$$\frac{\Delta}{5} \phi^{2m+1} > r.$$

Since

$$r > \frac{1}{\sin \frac{\pi}{r+2}} \quad \text{for } r \geq 2,$$

$m \geq p$  for  $r$  sufficiently large and the proof is concluded.  $\square$

ACKNOWLEDGMENTS. We are indebted to Xu Kang, Alberto Setti and Giancarlo Travaglini, for the help they gave us in preparing this paper.

#### REFERENCES

- [1] AKRITAS, A. G. Vincent's theorem in algebraic manipulation. Ph. D. Thesis, Operation Research Program, North Carolina State University, Raleigh, N.C., 1978.
- [2] ——— A new method for polynomial real root isolation<sup>20</sup>). *Proceedings of the 16<sup>th</sup> annual southeast regional ACM conference*, Atlanta, Georgia, April 1978, 39–43.
- [3] ——— A correction on a theorem by Uspensky. *Bull. Soc. Math. Grèce (N.S.)* 19 (1978), 278–285.
- [4] ——— Reflections on a pair of theorems by Budan and Fourier. *Math. Mag.* 55 (1982), 292–298.
- [5] ——— There is no "Uspensky's method". Extended abstract. *Proceedings of the 1986 Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, Waterloo, Ontario, Canada, 1986, 88–90.
- [6] ——— The role of the Fibonacci sequence in the isolation of the real roots of polynomial equations. *Applications of Fibonacci Numbers*, vol. 3, 1988.
- [7] ——— *Elements of Computer Algebra with Applications*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [8] AKRITAS, A. G. and S. D. DANIELOPOULOS. On the forgotten theorem of Mr. Vincent. *Historia Math.* 5 (1978), 427–435.
- [9] AKRITAS, A. G. and S. D. DANIELOPOULOS. A converse rule of signs for polynomials. *Computing* 34 (1985), 283–286.

<sup>20</sup>) This paper won the first prize in the student paper competition.

- [10] AHLFORS, L. V. *Complex Analysis* (2<sup>nd</sup> ed.). McGraw-Hill, New York, 1966.
- [11] BARTOLOZZI, M. and R. FRANCI. La regola dei segni dall'enunciato di R. Descartes (1637) alla dimostrazione di Gauss (1828). *Arch. Hist. Exact Sci.* 45 (1993), 335–374.
- [12] BOMBIERI, E. and A. J. VAN DER POORTEN. Continued fractions of algebraic numbers. *Computational algebra and number theory*, Sydney, 1992, 137–152. *Math. Appl.* 325, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1995.
- [13] BOURDON, L. P. M. *Éléments d'Algèbre*. Bachelier père et fils, Paris, 1831, sixième édition.
- [14] BRENT, R. P., A. J. VAN DER PORTEN and H. J. J. TE RIELE. A comparative study of algorithms for computing continued fractions of algebraic numbers. In: *Algorithmic Number Theory* (H. Cohen, ed.), Second International Symposium ANTS–II, Talence, France, May 18–23, 1996, 35–47.
- [15] BUDAN, F. D. *Nouvelle méthode pour la résolution des équations numériques d'un degré quelconque*. Chez Courcier, Paris, 1807.
- [16] CANTOR, D. G., P. H. GALYEAN and H. G. ZIMMER. A continued fraction algorithm for real algebraic numbers. *Math. Comp.* 26 (1972), 785–791.
- [17] CHEN, J. A new algorithm for the isolation of real roots of polynomial equations. *Second International Conference on Computers and Applications*, Beijing, People's Republic of China, 1987, 714–719, IEEE Computer Soc. Press.
- [18] COLLINS, G. E. and A. G. AKRITAS. Polynomial real root isolation using Descartes' rule of signs. *Proceedings of the 1976 ACM Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, 272–275. Yorktown Heights, NY, 1976.
- [19] DESCARTES, R. *Œuvres*. Originally edited by C. Adam and P. Tannery, 12 vols. New presentation, Vrin, Paris, 1974–1986.
- [20] FOURIER, J. *Analyse des équations déterminées*. Firmin Didot frères libraires, Paris, 1831.
- [21] LLOYD, E. KEITH. On the forgotten Mr. Vincent. *Historia Math.* 6 (1979), 448–450.
- [22] LAGRANGE, J. L. *Œuvres de Lagrange*. 14 vols., Gauthier-Villars, Paris, 1867–1892.
- [23] — Sur la résolution des équations numériques. *Histoire de l'Académie royale des sciences et belles-lettres* (Berlin), 23 (1767), 1769, 311–352; *Œuvres* 2, 539–578.
- [24] — Additions au mémoire sur la résolution des équations numériques. *Histoire de l'Académie royale des sciences et belles-lettres* (Berlin) 24 (1768), 1770, 111–180. *Œuvres* 2, 581–652.
- [25] — *De la résolution des équations numériques de tous les degrés*. Duprat, Paris, 1798.
- [26] — *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés, avec des notes sur plusieurs points de la théorie des équations algébriques*. Enlarged edition of [25], chez Courcier, Paris, 1808. *Œuvres* 8.
- [27] LANG, S. and H. TROTTER. Continued fractions for some algebraic numbers. *J. reine angew. Math.* 255 (1972), 112–134. Addendum, *ibid.*, 219–220.
- [28] LÜTZEN, J. *Joseph Liouville*. Springer, New York, 1990.

- [29] MARDEN, M. *The Geometry of the Zeros of a Polynomial in a Complex Variable*. American Mathematical Society, New York, 1949.
- [30] OBRESCHKOFF, N. *Verteilung und Berechnung der Nullstellen reeller Polynome*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1963.
- [31] POGGENDORFF, J. C. *Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften*. J. A. Barth, Leipzig, 1863.
- [32] ROSEN, D. and J. SHALLIT. A continued fraction algorithm for approximating all real polynomial roots<sup>21</sup>). *Math. Mag.* 51 (1978), 112–116.
- [33] SINACEUR, H. *Corps et modèles*. Vrin, Paris, 1991.
- [34] SMITH, D. E. and M. L. LATHAM (eds.). *The Geometry of René Descartes*. Dover publications, New York, 1954.
- [35] USPENSKY, J. V. *Theory of Equations*. McGraw-Hill, New York, 1948.
- [36] VINCENT, A. J. H. Sur la résolution des équations numériques. *Mémoires de la Société royale de Lille* (1834), 1–34. Also in *Journal de mathématiques pures et appliquées 1* (1836), 341–372.
- [37] ——— Addition à une précédente Note relative à la résolution des équations numériques. *Mémoires de la Société royale de Lille* (1838), 5–24. Also in *Journal de mathématiques pures et appliquées 3* (1838), 235–243.
- [38] WANG, Xianghao. A method for isolating roots of algebraic equations. Jilin Univ. Academic Press, N. 1, 1960.

(Reçu le 26 janvier 1998)

Alberto Alesina  
Massimo Galuzzi

Dipartimento di Matematica “F. Enriques”  
Università degli Studi di Milano  
Via Saldini 50  
I-20133 Milano  
Italy  
e-mail : alesina@vmimat.mat.unimi.it  
galuzzi@vmimat.mat.unimi.it

---

<sup>21</sup>) Presented at the *Conference on Computation in Algebra and Number Theory*, Univ. of New Brunswick, Canada, August 1975.