Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 44 (1998)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES ORIGINES DU CALCUL SYMPLECTIQUE CHEZ LAGRANGE
Autor: IGLESIAS, Patrick
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-63904

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Mais la justification de ces méthodes emploiera un grand nombre de mathématiciens après lui et non des moindres. Poincaré soulignait dans l'introduction de sa célèbre *Nouvelle mécanique céleste* [Poi92] :

> « Ces méthodes qui consistent à développer les coordonnées des astres suivant les puissances des masses, ont en effet un caractère commun qui s'oppose à leur emploi pour le calcul des éphémérides à longue échéance. Les séries obtenues contiennent des termes dits *séculaires*, où le temps sort des signes des sinus et cosinus, et il en résulte que leur convergence pourrait devenir douteuse si l'on donnait à ce temps t une grande valeur.
>
> La présence de ces termes séculaires ne tient pas à la nature du problème, mais seulement à la méthode employée. Il est facile de se rendre compte, en effet, que si la véritable expression d'une coordonnée contient un terme en $\sin \alpha m t$, α étant une constante et m l'une des masses, on trouvera quand on voudra développer suivant les puissances de m, des termes séculaires $\alpha m t - \alpha^3 m^3 t^3/6 + \cdots$ et la présence de ces termes donnerait une idée très fausse de la véritable forme de la fonction étudiée. »

Cette objection est sans nul doute très pertinente et a conduit, notamment grâce aux travaux de Poincaré, au développement de la géométrie symplectique – en particulier en ce qui concerne son application à la mécanique. De nouvelles théories sont nées comme par exemple la théorie des systèmes complètement intégrables et de leur perturbation qui a donné le fameux théorème[21]) de Kolmogorov – Arnold – Moser, sur la stabilité de nombreux mouvements après perturbation (voir [Arn76] [Arn80]).

RÉFÉRENCES

[Arn76] ARNOLD, V. I. *Méthodes mathématiques de la mécanique classique*. Éditions MIR (Moscou), 1976.

[Arn80] —— *Chapitres supplémentaires à la théorie des équations différentielles*. Éditions MIR (Moscou), 1980.

[dG87] DE GANDT, F. Force et géométrie. Thèse de doctorat (Paris I), 1987.

[Lag74] LAGRANGE, J.-L. Sur les intégrales particulières des équations différentielles. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume IV, page 5. Gauthier-Villars, Paris, 1877. *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin*, année 1774.

[Lag75] —— Recherches sur les suites récurrentes. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume IV, page 151. Gauthier-Villars, Paris, 1877. *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin*, année 1775.

[21]) Théorème difficile.

[Lag79] —— Sur différentes questions d'analyse relatives à la théorie des intégrales particulières. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume IV, page 585. Gauthier-Villars, Paris, 1877. *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin*, année 1779.

[Lag08] —— Sur la théorie des variations des éléments des planètes et en particulier des variations des grands axes de leurs orbites. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume VI, pages 713–768. Gauthier-Villars, Paris, 1877. Lu, le 22 août 1808 à l'Institut de France.

[Lag09] —— Sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires dans tous les problèmes de la mécanique. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume VI, pages 771–805. Gauthier-Villars, Paris, 1877. Lu, le 13 mars 1809 à l'Institut de France.

[Lag10] —— Second mémoire sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires dans tous les problèmes de la mécanique. Dans *Œuvres de Lagrange*, volume VI, pages 809–816. Gauthier-Villars, Paris, 1877. Lu, le 19 février 1810 à l'Institut de France.

[Lag11] —— *Mécanique analytique*. Librairie Albert Blanchard, Paris, 1965. Fac-similé de la troisième édition.

[Poi92] POINCARÉ, H. *Les nouvelles méthodes de la mécanique céleste*. Gauthier-Villars, Paris, 1892.

[Sou53] SOURIAU, J.-M. Géométrie symplectique différentielle. Applications. *Colloques Internationaux CNRS* (Strasbourg), 1953, 53–59.

[Sou86] —— La structure symplectique de la mécanique décrite par Lagrange en 1811. *Math. sci. hum. 94* (1986), 45–54.

[Ste69] STERNBERG, S. *Celestial Mechanics*. W. A. Benjamin Inc., New-York, 1969.

[Wey46] WEYL, H. *The Classical Groups, their Invariants and Representations*. Princeton University Press, 1946.

(Reçu le 29 janvier 1998)

Patrick Iglesias

CMI
39 rue F. Joliot-Curie
F-13453 Marseille Cedex 13
France
e-mail : patrick.iglesias@ens-lyon.fr

vide-leer-empty