

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **44 (1998)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

We remark that the construction we have presented is quite computational in the sense that it is possible to compute the embedding  $\phi$  explicitly in special cases. We give two simple examples. First, let  $R$  have dimension 2 with maximal ideal generated by  $t, u$ , let  $A = R[X, Y]$ , and let  $I$  be generated by  $uX - tY$ . Then  $A_0 = k[X, Y]$ . The map  $f$  to  $A_0[S_1, S_2, T_0, T_1]$  induced by the partial derivatives sends  $uX - tY$  to  $-YS_1 + XS_2 + uT_0 - tT_1$ , which, after dividing by  $\mathfrak{m}$ , is  $-YS_1 + XS_2$ . Let  $\mathfrak{p} = (t, u)$ . Then  $uX - tY$  is zero modulo  $\mathfrak{p}$ , so the kernel on the map of graded rings is generated by the image of  $uX - tY$  in  $I/I^2$ . Hence  $\mathcal{M}$  is mapped to the sheaf associated to  $A_0[S_1, S_2, T_0, T_1]/(-YS_1 + XS_2)$ . It can be verified that this quotient satisfies the condition on Hilbert polynomials; the positivity condition also follows from the fact that  $-YS_1 + XS_2$  has degree  $(1, 1)$ .

Finally, we consider the example from section 3 in which  $I$  is generated by  $t^2 - u^3, uX - tY, X^2 - uY^2$ . Then  $I/I^2$  has rank 2. Taking derivatives, we see that the map  $\phi$  (after dividing by  $\mathfrak{m}$ ) satisfies  $\phi(t^2 - u^3) = 0$ ,  $\phi(uX - tY) = XS_1 - TS_2$ , and  $\phi(X^2 - uY^2) = -Y^2S_2 + 2XT_0$ . To compute the result of intersecting with  $Y'$ , where  $Y'$  is generated by an ideal  $\mathfrak{p}$ , it suffices to compute the kernel of the map from the symmetric algebra on  $I/I^2$  to the associated graded ring of  $I$  on  $R/\mathfrak{p}[X, Y]$  tensored with  $k$ , and then find the image of this kernel in  $A_0[S_1, S_2, T_0, T_1]$ . On the other hand, in this case  $\text{Proj}(A_0) = \text{Proj}(k[X, Y]/(X^2))$  has dimension zero, so that the locally free sheaf defined by  $(I/I^2) \otimes_R k$  is actually positive.

Similar examples can be computed from the other examples in section 3.

## REFERENCES

- [1] BERTHELOT, P. Altérations de variétés algébriques [d'après A. J. de Jong]. *Séminaire Bourbaki, exposé 815* (1996).
- [2] DE JONG, A. Smoothness, stability, and alterations. *Publ. Math. IHES* 83 (1996), 51–93.
- [3] GILLET, H. and C. SOULÉ. K-théorie et nullité des multiplicités d'intersection. *C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I, no. 3, 300* (1985), 71–74.
- [4] HARTSHORNE, R. *Algebraic Geometry*. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1977.
- [5] HOCHSTER, M. Nonnegativity of intersection multiplicities in ramified regular local rings following Gabber/De Jong/Berthelot. (Unpublished notes).

- [6] ROBERTS, P. The vanishing of intersection multiplicities of perfect complexes. *Bull. Amer. Math. Soc.* 13 (1985), 127–130.
- [7] SERRE, J.-P. *Algèbre Locale – Multiplicités*. Lecture Notes in Mathematics vol. 11. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1961.

*(Reçu le 12 mars 1998)*

Paul C. Roberts

University of Utah  
Salt Lake City, UT 84112  
U. S. A.  
*e-mail*: roberts@math.utah.edu