Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 45 (1999)

Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE MAJORATION DE LA LONGUEUR DES POLYNÔMES CYCLOTOMIQUES

Bibliographie

Autor: NICOLAS, Jean-Louis / TERJANIAN, Guy

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-64451

La vérification de l'irréductibilité sur $\mathbf{Z}[X]$ du polynôme E_m défini par (13) se fait sans problème en utilisant la procédure *irreduc* de *Maple*® jusqu'à $m = 290$. Ensuite pour les valeurs de m qui sont des nombres premiers, il y a un manque de mémoire. Nous avons donc séparé le travail en deux. Pour les nombres m composés, la procédure *irreduc* marche jusqu'à 1000. Pour les nombres m premiers, nous factorisons E_m (qui est unitaire) sur $\mathbf{F}_p[X]$ pour des petits nombres premiers p jusqu'à trouver une impossibilité à une factorisation dans $\mathbf{Z}[X]$. Par exemple, pour $m = 607$, E_m est de degré 600. Il se factorise modulo 2 en un produit de 6 facteurs irréductibles de degré 100, tandis que, modulo 5, il se factorise en un produit de 8 facteurs irréductibles : 3 de degré 4, 2 de degré 18 et 3 de degré 184. Cette méthode a permis de tester tous les nombres premiers m jusqu'à 1000.

Nous avons également utilisé la propriété démontrée dans [5] : lorsque m est premier, s'il existe un nombre premier p tel que E_m ait au plus 3 facteurs irréductibles modulo p, alors E_m est irréductible dans $\mathbf{Z}[X]$. Exemple : $m = 601$, $p = 23$, E_m a 2 facteurs irréductibles de degré 297 ; $m = 349$, $p = 3$, E_m a 3 facteurs irréductibles de degré 114.

RÉFÉRENCES

[1] BATEMAN, P. T. Note on the coefficients of the cyclotomic polynomial. *Bull. Amer. Math. Soc. 55* (1949), 1180–1181.

[2] BATEMAN, P. T., C. POMERANCE and R. C. VAUGHAN. On the size of the coefficients of the cyclotomic polynomials. In: *Colloquia Mathematica János Bolyai, vol. 34. Topics in Classical Number Theory.* Budapest (Hungary). North Holland, 1984, 171–202.

[3] DEBARRE, O. and M. J. KLASSEN. Points of low degree on smooth plane curves. *J. reine angew. Math. 446* (1994), 81–87.

[4] HARDY, G. H. and E. M. WRIGHT. *An Introduction to the Theory of Numbers.* 4th edition. Clarendon Press, Oxford, 1960.

[5] HÉLOU, C. Cauchy-Mirimanoff polynomials. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada 19 (2)* (1997), 51–57.

[6] KNUTH, D. E. *The Art of Computer Programming, vol. 2 (Semi-numerical Algorithms).* 2nd edition. Addison Wesley, 1981.

[7] MIGOTTI, A. Zur Theorie des Kreistheilungsgleichung. *Sitz. Akad. Wiss. Wien (Math.) (2) 87* (1883), 7–14.

[8] NICOLAS, J.-L. et G. ROBIN. Majorations explicites pour le nombre de diviseurs de n. *Canad. Math. Bull. 26* (1983), 485–492.

[9] RAMANUJAN, S. Highly Composite Numbers. *Proc. London Math. Soc. (2) 14* (1915), 347–400. (*Collected Papers.* Cambridge University Press, 1927 and Chelsea, 1962, 78–128.)

[10] ROSSER, J.B. and L. SCHOENFELD. Approximate formulas for some functions of prime numbers. *Illinois J. Math.* *6* (1962), 64–94.

[11] TERJANIAN, G. Sur la loi de réciprocité des puissances ℓ-ièmes. *Acta Arith.* *54* (1989), 87–125.

(Reçu le 29 juin 1999)

Jean-Louis Nicolas

Institut Girard Desargues
Mathématiques, Bât. 101
Université Claude Bernard (Lyon 1)
43, bd du 11 novembre 1918
F-69622 Villeurbanne Cedex
France
e-mail: jlnicola@in2p3.fr

Guy Terjanian

Laboratoire de Mathématiques Emile Picard
Université Paul Sabatier (Toulouse 3)
118, route de Narbonne
F-31062 Toulouse Cedex
France

vide-leer-empty