

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 45 (1999)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: RETOUR SUR UN THÉORÈME DE CHEVALLEY
Rubrik

Autor: Luna, D.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-64453>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

montre que les racines de G forment un «système de racines» (voir [Bo] § 14 et [Sp] chap. 8). Dans cette note, on propose une preuve plus «basique», plus proche de l'esprit géométrique du début de la théorie.

Je voudrais remercier le referee pour ses remarques constructives.

1. Notons C la composante neutre de l'intersection des $R_u(B)$ ($B \in \mathbf{B}^T$). Désignons par X la variété des drapeaux de G , et par X^T l'ensemble des points fixes de T dans X . Pour tout $p \in X^T$, posons $X(p) = \{x \in X \mid p \in \overline{T \cdot x}\}$.

PROPOSITION. *Les $X(p)$ ($p \in X^T$) sont des ouverts affines de X , stables par C .*

Montrons d'abord que la proposition implique le théorème. Il est clair que $R_u(G) \subset C$. Pour établir l'inclusion opposée, il suffit de montrer que C opère trivialement dans X .

Puisque T et C sont résolubles connexes et que X est complet, les seules orbites fermées de T et de C dans X sont les points fixes. Par suite, les $X(p)$ ($p \in X^T$) recouvrent X , et pour tout $x \in X$, il existe dans $\overline{C \cdot x}$ un point y fixé par C . Si $p \in X^T$ est tel que $y \in X(p)$, alors $X(p)$ contient aussi $C \cdot x$. Mais toute orbite d'un groupe unipotent dans une variété affine est fermée (voir [Bo] page 88, ou [Sp] page 37). D'où $x = y$, ce qui montre bien que C opère trivialement dans X .

2. Prouvons maintenant la proposition. Comme tout espace homogène, on peut plonger X dans un $\mathbf{P}(V)$, où V est un G -module rationnel de dimension finie. On peut supposer que X ne soit contenu dans aucun $\mathbf{P}(W)$, quel que soit l'espace linéaire propre W de V . Choisissons un groupe à un paramètre multiplicatif $\lambda: k^* \rightarrow T$ tel que k^* , opérant dans V à travers λ , ait les mêmes vecteurs propres que T .

On utilisera la «décomposition de Białyński-Birula» de X associée à λ (voir [B-B] et aussi [Bo], 13.3). Pour tout $p \in X^T$, posons

$$X(\lambda, p) = \{x \in X \mid \lim_{t \rightarrow 0} \lambda(t) \cdot x = p\}.$$

Les $X(\lambda, p)$ ($p \in X^T$) sont localement fermés dans X et leur réunion (disjointe) est égale à X . Puisque X^T est fini, il existe un (unique) $p^\circ \in X^T$ tel que $X(\lambda, p^\circ)$ est ouvert dans X . Pour tout $v \in V \setminus \{0\}$, notons $[v]$ le point de $\mathbf{P}(V)$ «en dessous» de v . Soit v_1, \dots, v_d une base de V , formée de vecteurs propres de T , et telle que $[v_1] = p^\circ$. Soient n_i ($i = 1, \dots, d$) les entiers tels