

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 45 (1999)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: RETOUR SUR UN THÉORÈME DE CHEVALLEY

Bibliographie

Autor: Luna, D.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-64453>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

que $\lambda(t)v_i = t^{n_i}v_i$. Désignons par V^* l'espace vectoriel dual de V , et par v_1^*, \dots, v_d^* la base duale de V^* . Comme on suppose que X n'est contenu dans aucun $\mathbf{P}(W)$, W sous-espace linéaire propre de V , il existe $[v] \in X(\lambda, p^\circ)$ tel que $\langle v, v_i^* \rangle \neq 0$ quel que soit $i = 1, \dots, d$. On en déduit que $n_1 < n_i$ ($i \geq 2$), et que $X(\lambda, p^\circ) = \{[v] \in X \mid \langle v, v_1^* \rangle \neq 0\}$. En particulier $X(\lambda, p^\circ)$ est un ouvert affine de X .

Montrons que $X(\lambda, p^\circ)$ est stable par C . Désignons par v_1^\perp l'hyperplan de V^* orthogonal à v_1 . Le groupe G opère aussi dans V^* et $\mathbf{P}(V^*)$. Si $G \cdot w$ est une orbite de G contenue dans v_1^\perp , alors w est orthogonal à tout vecteur de $G \cdot v_1$, donc $w = 0$ (car $G \cdot v_1$ engendre V comme espace vectoriel). Par conséquent, toute orbite de G dans $\mathbf{P}(V^*)$ rencontre $\mathbf{P}(V^*) \setminus \mathbf{P}(v_1^\perp)$. Puisque $\lambda(t)v_i^* = t^{-n_i}v_i^*$ ($i = 1, \dots, d$), tout $y \in \mathbf{P}(V^*) \setminus \mathbf{P}(v_1^\perp)$ vérifie $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) \cdot y = [v_1^*]$, d'où il suit que l'orbite $G \cdot [v_1^*]$ est fermée dans $\mathbf{P}(V^*)$. Notons P le groupe d'isotropie de G en $[v_1^*]$. Comme P est parabolique et contient T , P contient un $B \in \mathbf{B}^T$. Par suite C est contenu dans P . Comme C est unipotent, il fixe non seulement $[v_1^*]$ mais aussi v_1^* . Puisque $X(\lambda, p^\circ) = \{[v] \in X \mid \langle v, v_1^* \rangle \neq 0\}$, il s'ensuit bien que $X(\lambda, p^\circ)$ est stable par C .

Enfin, on a $X(\lambda, p^\circ) = X(p^\circ)$ (en effet $X(\lambda, p^\circ) \subset X(p^\circ)$ est vrai par définition, et l'autre inclusion vient du fait que $X(\lambda, p^\circ)$ est ouvert, stable par T , et contient p°). Le groupe $N_G(T)$, qui opère transitivement dans X^T , permute les $X(p)$ ($p \in X^T$). Par ailleurs, $N_G(T)$ normalise visiblement C . Par conséquent, tous les $X(p)$ ($p \in X^T$) sont des ouverts affines de X , stables par C . \square

REMARQUE. Un peu plus loin dans la théorie, on peut montrer que les $X(\lambda, p)$ ($p \in X^T$) ci-dessus sont en fait les cellules de la «décomposition de Bruhat» (voir [Bo] §14 et [Sp] chap. 8). Les $X(p)$ ($p \in X^T$) ne sont donc rien d'autre que les «grosses cellules» associées aux différents $B \in \mathbf{B}^T$.

RÉFÉRENCES

- [Bo] BOREL, A. *Linear Algebraic Groups*. Second Enlarged Edition, Springer-Verlag (1991).
- [B-B] BIAŁYŃICKI-BIRULA, A. Some theorems on actions of algebraic groups. *Ann. of Math.* 98 (1973), 480–497.
- [Ch] CHEVALLEY, C. *Classification des groupes de Lie algébriques*. Séminaire de l'École Normale Supérieure, Paris, 1956–1958.

- [Do] DOKOVIC, D. Z. An elementary proof of the structure theorem for connected solvable affine algebraic groups. *L'Enseignement Mathématique* 34 (1988), 269–273.
- [Sp] SPRINGER, T. A. *Linear Algebraic Groups*. Second Edition, Birkhäuser (1998).

(Reçu le 15 avril 1999)

D. Luna

Institut Fourier
B.P. 74
F-38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex
France