

# 12. ACKNOWLEDGEMENTS

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **45 (1999)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

the amalgamated product  $\mathcal{X} = \mathcal{E} *_{\mathcal{D}} \mathcal{F}$  is isomorphic to  $\mathbf{Z}^2$ . The circuit series of  $\mathcal{D}$ ,  $\mathcal{E}$  and  $\mathcal{F}$  have been calculated explicitly and are algebraic. The circuit series of  $\mathcal{X}$  was shown in Section 10 to be transcendental; so there can exist no algebraic definition of  $G_{\mathcal{X}}$  in terms of  $G_{\mathcal{D}}$ ,  $G_{\mathcal{E}}$  and  $G_{\mathcal{F}}$ . However, there exists some relations between these series, as given by [Voi90, Theorem 5.5].

Given a graph  $\mathcal{X}$ , one can construct a graph  $\mathcal{X}^{(k)}$  on the same vertex set, and with edge set the set of paths of length  $\leq k$  in  $\mathcal{X}$ . Is there some simple relation between the path series of  $\mathcal{X}$  and of  $\mathcal{X}^{(k)}$ ? This could be useful for example to obtain asymptotics about the cogrowth of a group subject to enlargement of generating set [Cha93].

The equation (9.2) corresponds to Voiculescu's  $R$ -transform [Voi90]. His  $S$ -transform, in terms of graphs, corresponds to  $\mathcal{E} * \mathcal{F}$  with as edge set all sequences  $(e, f)$  and  $(f, e)$ , for  $e \in E(\mathcal{E})$  and  $f \in E(\mathcal{F})$ . Is there an analogue to Theorem 9.2 in this context?

Finally, (9.2) computes the circuit series of a free product in terms of the circuit series of the factors. A more complicated formula yields the path series of a free product in terms of the path series of the factors. Such considerations give another derivation of the results in Section 8.

## 12. ACKNOWLEDGEMENTS

The main result of this paper was found in Rome thanks to the nurturing of Tullio and Katiuscia Ceccherini-Silberstein and their family, whom I thank. Many people heard or read preliminary often obscure versions and provided valuable feedback; I am grateful to (in order of appearance) Michel Kervaire, Shalom Eliahou, Pierre de la Harpe, Fabrice Liardet, Rostislav Grigorchuk, Alain Valette, Étienne Ghys, Igor Lysionok, Jean-Paul Allouche, Gilles Robert, Thierry Vust, Robyn Curtis, Hung Fioramonti, and Vaughan Jones for their help and interest.

*Added in proof.* Recently Vaughan Jones has obtained very similar results in the context of planar algebras, for which some 'path' and 'proper path' series give the Hilbert-Poincaré series of a planar algebra over different subalgebras (see *Planar Algebras I*; preprint at <http://www.math.berkeley.edu/~vfr/plnalg1.ps>).