

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **48 (2002)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

is the complex number

$$T(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (1 - \sigma_2^* \sigma_1)^{-1} (1 - \sigma_2^* \sigma_3) (1 - \sigma_1^* \sigma_3)^{-1}.$$

The group  $GL(q, \mathbf{C}) \simeq \mathbf{C}^*$  acts on the upper halfplane by  $(\lambda, z) \mapsto |\lambda|^2 z$  and so the orbits are described by the argument of the complex number  $z$ . So the characteristic invariant in this case is just

$$\arg \left( (1 - \sigma_2^* \sigma_1)^{-1} (1 - \sigma_2^* \sigma_3) (1 - \sigma_1^* \sigma_3)^{-1} \right).$$

It is equivalent to the invariant  $\theta$  considered in [KR]. This invariant, almost in our terms, was known to E. Cartan (see [Ca]).

REMARK 2. Let us consider the case where  $p = q$ . Then the Stiefel manifold is  $U(q)$ , and the content of Proposition 4.2 is that for  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \in S_{\top}^3$

$$T(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (1 - \sigma_2^* \sigma_1)^{-1} (1 - \sigma_2^* \sigma_3) (1 - \sigma_1^* \sigma_3)^{-1}$$

is an invertible skew-Hermitian matrix. The orbits of  $GL(q, \mathbf{C})$  in its action on nondegenerate Hermitian forms are characterized by the signature. So the characteristic invariant as described in Theorem 4.3 in this case reduces to  $\text{sgn } iT(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . As concerns Theorem 4.4, notice that the invariant  $S$  is trivial (equal to  $-\mathbf{1}_q$ ), so one is only concerned with the invariant  $\arg \det T$ . The bounded domain  $D$  is of tube type and the description of the invariant through the function  $\arg \det$  coincides with the approach of this problem in [CØ], where the invariant was introduced under the name of *generalized Maslov index*.

## REFERENCES

- [Ca] CARTAN, E. Sur le groupe de la géométrie hypersphérique. *Comment. Math. Helv.* 4 (1932), 158–171.
- [CØ] CLERC, J.-L. and B. ØRSTED. The Maslov index revisited. *Transform. Groups* 6 (2001), 303–320.
- [FK] FARAUT, J. and A. KORÁNYI. *Analysis on Symmetric Cones*. Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [Fal] FARAUT, J. et al. *Analysis and Geometry on Complex Homogeneous Domains*. Progress in Mathematics 185. Birkhäuser Verlag, Boston, 2000.
- [H] HUA, L.-K. Geometries of matrices, I. Generalizations of von Staudt's theorem. *Trans. Amer. Math. Soc.* 57 (1945), 441–481.
- [KR] KORÁNYI, A. and H. M. REIMANN. The complex cross ratio on the Heisenberg group. *L'Enseign. Math.* (2) 33 (1987), 291–300.

- [P] PIATETSKIĬ-SHAPIRO, L.I. *Geometry of Classical Domains and Theory of Automorphic Forms*. Gordon and Breach, New York, 1969.
- [S] SATAKE, I. *Algebraic Structures of Symmetric Domains*. Kanô Memorial Lectures (4). Iwanami Shoten and Princeton University Press, 1980.

(Reçu le 29 mars 2001)

Jean-Louis Clerc

Institut Élie Cartan  
Université Henri Poincaré  
B.P. 239  
F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex  
France  
*e-mail*: [clerc@iecn.u-nancy.fr](mailto:clerc@iecn.u-nancy.fr)

**Vide-leer-empty**