

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 49 (2003)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** CARACTÉRISATION GÉOMÉTRIQUE DES SOLUTIONS DE MINIMAX POUR L'ÉQUATION DE HAMILTON-JACOBI  
**Autor:** Capitanio, Gianmarco  
**Kapitel:** 3.2 DÉCOMPOSITIONS ADMISSIBLES (D'APRÈS CHEKANOV ET PUSHKAR)  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66676>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

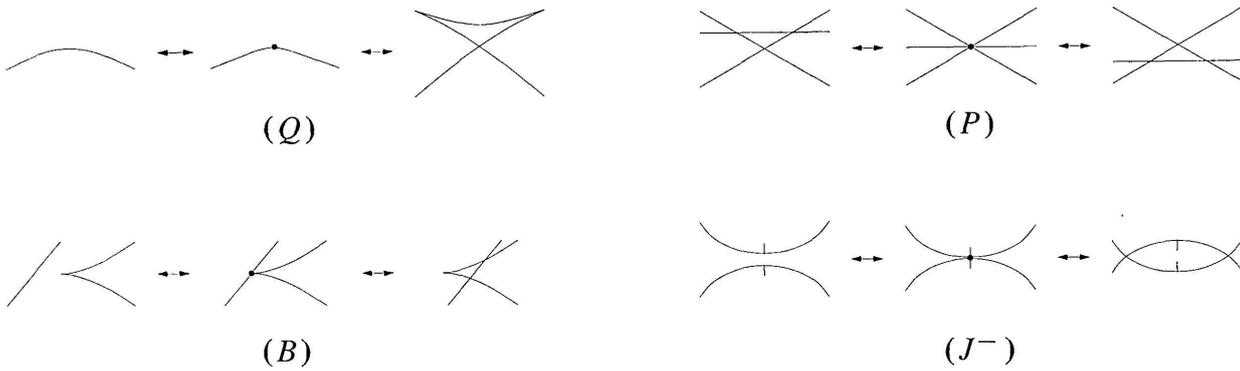


FIGURE 6

Singularités permises dans l'isotopie entre deux fronts

Le nombre de cusps d'un front, comptés avec leur signe (positif pour les cusps montants, négatif pour les cusps descendants), le *nombre de Maslov*, est invariant par isotopies legendriennes.

### 3.2 DÉCOMPOSITIONS ADMISSIBLES (D'APRÈS CHEKANOV ET PUSHKAR)

Dans cette section on rappelle brièvement la construction d'un nouvel invariant des nœuds legendriens, dû à Yu. Chekanov et P. Pushkar, qui permettra d'établir une caractérisation géométrique de la solution de minimax.

La projection d'un nœud legendrien de  $J^1\mathbf{R}$  dans  $J^0\mathbf{R}$  par  $\pi_1$  est un front fermé. Soit  $\Sigma$  un tel front, générique.

On appelle *décomposition* de  $\Sigma$  des courbes  $X_1, \dots, X_n$  fermées, ayant un nombre fini d'auto-intersections, telles que pour  $i \neq j$ ,  $X_i \cap X_j$  contient un nombre fini de points, et  $X_1 \cup \dots \cup X_n = \Sigma$ .

Un point double  $x \in X_i \cap X_j$  de  $\Sigma$  est un *point de saut* si  $X_i$  et  $X_j$  ne sont pas lisses en  $x$ , *de Maslov* si le nombre de cusps (comptés avec leur signe) qui séparent le long du front les deux branches se coupant en  $x$  est 0.

DÉFINITION. Une décomposition  $(X_1, \dots, X_n)$  de  $\Sigma$  est *admissible* si :

- (1) chaque  $X_i$  est homéomorphe au bord d'un disque :  $\partial X_i = B_i$  ;
- (2) pour tout  $i \in \{1, \dots, n\}$ ,  $q \in \mathbf{R}$ , l'ensemble

$$B_i(q) := \{z \in \mathbf{R} \mid (q, z) \in B_i\}$$

est connexe ; en particulier si c'est un point, ce point est un cusp du front ;

- (3) si  $(q_0, z) \in X_i \cap X_j$  ( $i \neq j$ ) est un point de saut alors pour  $q \neq q_0$ , assez proche  $q_0$ , l'ensemble  $B_i(q) \cap B_j(q)$  est soit  $B_i(q)$ , soit  $B_j(q)$ , soit vide ;
- (4) les points de sauts sont tous de Maslov.

## REMARQUES.

(1) Il suit des conditions (1) et (2) que chaque courbe  $X_i$  a exactement deux cusps, qui divisent la courbe en deux parties, que l'on note  $\sigma_i^+$  et  $\sigma_i^-$  (avec la convention suivante : pour tout  $(q, z_i^\pm) \in \sigma_i^\pm$  générique, on a  $z_i^- < z_i^+$ ).

(2) La condition (3) équivaut à demander qu'aucun point de saut ne réalise l'une des configurations interdites montrées à la Figure 7.

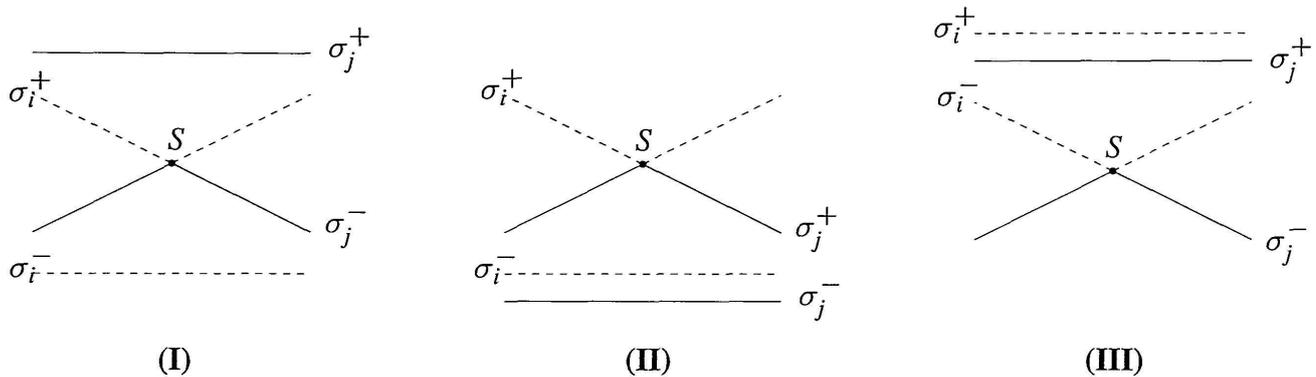


FIGURE 7

Configurations interdites autour des points de saut

Notons par  $\#(\mathcal{D})$  le nombre de courbes  $X_i$  et par  $\#(\mathcal{S})$  le nombre de points de saut dans une décomposition admissible  $\mathcal{D}$  du front  $\Sigma$ .

**THÉORÈME DE CHEKANOV-PUSHKAR** ([Ch2], [C-P]). *Le nombre de décompositions admissibles d'un front projection d'un nœud legendrien est invariant par isotopies legendriennes du nœud; de plus, le nombre  $\#(\mathcal{D}) - \#(\mathcal{S})$  est constant le long de l'isotopie.*

**EXEMPLE 3.1.** La Figure 8 montre deux décompositions d'un front générique, projection d'un nœud legendrien. Le front est isotope au front lèvre (le front ayant deux cusps et aucune auto-intersection), donc; d'après le théorème de Chekanov-Pushkar, la décomposition (1) est la seule admissible.



FIGURE 8