Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 49 (2003)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ENDOMORPHISMES DES VARIÉTÉS HOMOGÈNES
Autor: Cantat, Serge
Kapitel: 6.1 Structure de la fibration de Tits
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-66689

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 18.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

6.1 Structure de la fibration de Tits

Supposons que la base de la fibration de Tits est un espace projectif $\mathbf{P}^n$. La fibre F est une variété parallélisable : nous noterons L_0 la composante connexe de l'identité de son groupe d'automorphismes et L son revêtement universel. Il existe un sous-groupe discret cocompact Γ_0 de L_0 tel que $F = L_0/\Gamma_0$. L'image réciproque de Γ_0 par l'application de revêtement $L \to L_0$ sera notée Γ.

Si l'on écrit X sous la forme G/H, où G est un groupe de Lie complexe simplement connexe agissant holomorphiquement sur X, on récupère un morphisme $\rho\colon G \to \mathrm{Aut}(\mathbf{P}^m)$ dont l'image S agit transitivement sur $\mathbf{P}^m$. En particulier, S coïncide avec le groupe $\mathbf{PGL}(n, \mathbf{C})$ ou éventuellement avec le groupe symplectique $\mathbf{Sp}(n/2, \mathbf{C})$ si n est pair (voir [2]). Ces groupes sont simples, ce qui permet d'appliquer le théorème de Levi-Malcev et de trouver une section $\sigma\colon S \to G$ du morphisme ρ. Nous noterons encore S l'image dans G du groupe S.

Fixons un point q_0 de $\mathbf{P}^m$, par exemple celui de coordonnées $[1 : 0 : \ldots : 0]$, et notons P le stabilisateur de q_0 dans S, de sorte que $\mathbf{P}^m$ s'identifie à S/P. L'action de S sur X (via $\sigma\colon S \to G$) permute transitivement les fibres de la fibration de Tits. Nous pouvons donc reconstruire X comme la suspension de la représentation

$$P \to \mathrm{Aut}(F_{q_0})^0 = L_0 \tag{19}$$

obtenue par l'action de P sur la fibre F_{q_0} au-dessus du point Q. L'action de P ainsi construite se fait par translation à gauche.

Si S est le groupe spécial linéaire, alors P est (conjugué à)

$$\left\{ \begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ 0 & A \end{pmatrix} : \mathbf{b} \in \mathbf{C}^n\,,\ A \in \mathbf{GL}(n, \mathbf{C})\,,\ a = \det(A)^{-1} \right\}, \tag{20}$$

et lorsque S est le groupe symplectique $\mathbf{Sp}(q, \mathbf{C})$,

$$P = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & \star\star\star \\ 0 & a^{-1} & \star\star\star \\ & & \\ 0 & & A \end{pmatrix} : A \in \mathbf{Sp}(q-1, \mathbf{C}) \right\}. \tag{21}$$

Soit f un endomorphisme de X, $\bar{f}$ l'endomorphisme induit sur $\mathbf{P}^n$ et q un point de $\mathbf{P}^m$. Si s est un élément de S qui envoie F_q sur $F_{\bar{f}(q)}$, $s^{-1} \circ f$ détermine un endomorphisme de la fibre F_q. Ce dernier ne dépend du choix de s que modulo P : son action sur les groupes d'homotopies et d'homologie de F_q n'en dépend donc pas. Cette remarque permet de définir la notion d'*endomorphisme agissant par translation, par automorphisme ou par endomorphisme de degré d dans les fibres.*