**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 49 (2003)

**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ANALYSE DE FOURIER DES FRACTIONS CONTINUES À QUOTIENTS RESTREINTS

**Autor:** Queffélec, Martine / Ramaré, Olivier

**Kurzfassung**

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-66692

*L'Enseignement Mathématique, t. 49 (2003), p. 335–356*

# ANALYSE DE FOURIER DES FRACTIONS CONTINUES À QUOTIENTS RESTREINTS

par Martine QUEFFÉLEC et Olivier RAMARÉ

ABSTRACT. Let $\mathcal{A}$ be a finite alphabet of positive integers with $|\mathcal{A}| \geq 2$, and $F(\mathcal{A})$ be the set of numbers in $[0,1)$ whose partial quotients belong to $\mathcal{A}$. We construct a Kaufman measure on every such set with Hausdorff dimension $> 1/2$ and establish, in this way, the existence of infinitely many normal numbers in $F(\mathcal{A})$. This improves previous results of Kaufman and Baker.

## 1. INTRODUCTION

Il est intéressant de classer les ensembles de mesure de Lebesgue nulle: on peut considérer leur cardinalité, leur dimension de Hausdorff, ou préciser le comportement des mesures (singulières) qu'ils portent.

1.1. On sait que les nombres normaux (en toute base) sont de mesure pleine pour la mesure de Lebesgue, et Kahane & Salem [9] ont posé la question suivante: soit $\mu$ une mesure borélienne sur $\mathbf{T}$ identifié à $[0,1)$, dont la transformée de Fourier tend vers 0 à l'infini ($\mu \in M_0(\mathbf{T})$) ; est-il encore vrai que $\mu$-presque tout nombre de $[0,1)$ est normal en base 2 par exemple ?

Autrement dit, est-ce que l'ensemble des nombres non-normaux en base 2 est annulé par toute mesure de $M_0(\mathbf{T})$ ? Ou porte-t-il, au contraire, une mesure de $M_0(\mathbf{T})$ ?

DÉFINITION 1.1. Un sous-ensemble $E \subset \mathbf{T}$ est dit *de multiplicité (stricte)* s'il existe une mesure (de probabilité) $\in M_0(\mathbf{T})$ telle que $\mu(E) \neq 0$.