

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 49 (2003)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** CARACTÉRISATION GÉOMÉTRIQUE DES SOLUTIONS DE MINIMAX POUR L'ÉQUATION DE HAMILTON-JACOBI

**Autor:** Capitanio, Gianmarco

**Kurzfassung**

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66676>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## CARACTÉRISATION GÉOMÉTRIQUE DES SOLUTIONS DE MINIMAX POUR L'ÉQUATION DE HAMILTON-JACOBI

par Gianmarco CAPITANIO \*)

ABSTRACT. The minimax solution is a weak solution of a Cauchy problem for the Hamilton-Jacobi equation, constructed from a generating family (quadratic at infinity) of its geometric solution. In this paper we give a new construction of the minimax in terms of Morse theory, and we show its stability by small perturbations of the generating family. Then we show that the max-min solution coincides with the minimax solution. Finally, we consider the wave front corresponding to the geometric solution as the graph of a multi-valued solution of the Cauchy problem, and we give a geometric criterion to find the graph of the minimax.

### INTRODUCTION

En 1991 Marc Chaperon a proposé, dans [Cha], une méthode géométrique pour construire des solutions faibles du problème de Cauchy pour l'équation de Hamilton-Jacobi :

$$(PC) \quad \begin{cases} \partial_t u(t, q) + H(t, q, \partial_q u(t, q)) = 0, & \text{pour tout } t > 0, q \in Q, \\ u(0, q) = u_0(q), & \text{pour tout } q \in Q, \end{cases}$$

de hamiltonien  $H$  et donnée initiale  $u_0$  sur une variété fermée  $Q$ .

La méthode classique des caractéristiques conduit, d'après une idée de Maslov, à considérer comme solution généralisée de (PC) une sous-variété lagrangienne du fibré cotangent de l'espace-temps  $\mathbf{R} \times Q$ , la *solution géométrique*.

La "projection" de la solution géométrique dans l'espace des jets d'ordre 0 sur  $Q$  est, en général, le graphe d'une fonction multivaluée. La méthode de minimax permet de déduire une "vraie" fonction à partir de cette solution multi-

\*) Recherche soutenue par l'Istituto Nazionale di Alta Matematica "F. Severi".