

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **50 (2004)**

Heft 1-2: **L'enseignement mathématique**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

STEP 6. Note that  $\bar{A}$  is also the normalization of  $B$ . We will compute  $\dim(\bar{A}/B)$ .

By [Se], p.59, Formula (3), the question can again be reduced to the complete case. Let  $D$  be the completion of  $B$ . Then

$$D = k[[w, u]] / (\epsilon u^{m-n} - w^n \prod_{1 \leq i \leq m} (1 + \lambda_i u)).$$

Find  $\alpha \in D$  such that  $\alpha^{m-n} = \epsilon^{-1} \prod_{1 \leq i \leq m} (1 + \lambda_i u)$ . Define  $U = u/\alpha$ . Then  $D \simeq k[[w, U]] / (U^{m-n} - w^n)$ . Now we can apply Lemma 4 to get  $\dim(\bar{D}/D) = \{(n-1)(m-n-1) - 1 + d\}/2$ .

STEP 7. Finally we find that  $\delta_p = \dim(\bar{A}/A) = \dim(B/A) + \dim(\bar{A}/B) = \{(m-1)(m-n-1) - 1 + d\}/2$ . Thus

$$(N-1)(N-2)/2 - \delta_p = \{(m-1)(n-1) + 1 - d\}/2$$

because  $N = \max\{m, n\} = m$ . This completes the proof of Theorem 2.

REMARKS.

(1) From the above proof, it is clear that Theorem 2 remains valid if  $\text{char } k = p > 0$  and  $p$  doesn't divide  $mn \prod_{1 \leq i \leq l} m_i n_i$ .

(2) Similarly, if  $p$  is a prime number and the affine curve is defined by  $y^p = \prod_{1 \leq i \leq l} (x - \lambda_i)^{m_i}$  such that the  $\lambda_i$  are distinct,  $1 \leq m_i < p$  and  $p$  doesn't divide  $\sum_{1 \leq i \leq l} m_i$ , then Theorem 2 (and its proof for this case) remains valid no matter what  $\text{char } k$  may be. Note that the latter assumption can always be achieved. For, if we denote  $\sum_{1 \leq i \leq l} m_i$  by  $m$  and suppose that  $m = pr$ , we may assume that  $\lambda_1 = 0$ . Divide both sides of the equation by  $x^m$ . Consider the new variables  $u = 1/x$ ,  $v = y/x^r$ .

(3) On the other hand, if we assume that  $k$  is a perfect field (such that (i)  $p \nmid mn \prod_{1 \leq i \leq l} m_i n_i$  if  $\text{char } k = p > 0$ , or (ii)  $p$  is a prime number and the affine curve is defined by  $y^p = \prod_{1 \leq i \leq l} (x - \lambda_i)^{m_i}$  with ...) but not algebraically closed, then Theorem 2 is true because we can extend the constant field  $k$  to its algebraic closure at the beginning of the proof without affecting the genus by [Ch], p. 99.

REFERENCES

- [BK] BRIESKORN, E. and H. KNÖRRER. *Plane Algebraic Curves*. Birkhäuser, Basel, 1986.
- [Ca] CASAS-ALVERO, E. *Singularities of Plane Curves*. London Math. Soc. Lecture Note Series 276. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000.

- [Ch] CHEVALLEY, C. *Introduction to the Theory of Algebraic Functions of One Variable*. Amer. Math. Soc., Providence, 1951.
- [DLS] DAVENPORT, H., D.J. LEWIS and A. SCHINZEL. Equations of the form  $f(x) = g(y)$ . *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2)* 12 (1961), 304–312.
- [Fe] FEIT, W. Some consequences of the classification of finite simple groups. In: *Proc. Symp. Pure Math.* 37 (1980), 175–181.
- [Hi] HIRONAKA, H. On the arithmetic genera and the effective genera of algebraic curves. *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto Ser. A. Math.* 30 (1957), 177–195.
- [Mi] MIRANDA, R. *Algebraic Curves and Riemann Surfaces*. Graduate Studies in Math. 5. Amer. Math. Soc., Providence, 1995.
- [NZ] NIVEN, I. and H. S. ZUCKERMAN. *An Introduction to the Theory of Numbers*, 2<sup>nd</sup> ed. Wiley, New York, 1966.
- [Pr] PRETZEL, O. *Codes and Algebraic Curves*. Clarendon Press, Oxford, 1998.
- [Se] SERRE, J.-P. *Algebraic Groups and Class Fields*. Springer GTM 117. Springer-Verlag, Berlin, 1988.

(Reçu le 13 novembre 2003)

Ming-Chang Kang

Department of Mathematics  
National Taiwan University  
Taipei, Taiwan  
*e-mail*: kang@math.ntu.edu.tw