Ceci découle d'une nouvelle application du lemme 3.1 à des éléments bien choisis (pour faire apparaître un birapport) et de l'utilisation du lemme d'Otal qui relie birapport et spectre des longueurs. Cette preuve établit en particulier la densité des feuilles qui se relèvent en des horosphères centrées aux points fixes des éléments axiaux, lorsqu'il existe une feuille dense.

ii) $\Rightarrow$ iii) : on raisonne par l'absurde en supposant simultanément l'existence d'une feuille dense pour $\mathcal{F}_+$ et l'existence de deux ouverts U et V de Ω et d'une suite $t_n \to -\infty$ tels que $U \cap g_{t_n}(V) = \varnothing$. La densité des orbites périodiques permet de trouver un élément périodique $v \in V$ de période T. On trouve dans l'orbite de v un autre élément (périodique !) w qui définit une feuille dense, cette dernière rencontrant U en u. En remarquant que u et w sont dans la même feuille fortement stable, on montre que pour t voisin de zéro bien choisi, $g_t(u) \in U \cap g_{t_n}(V)$.

iii) $\Rightarrow$ i) : la preuve est classique et repose encore sur la densité des orbites périodiques dans la partie récurrente du flot, démontrée au corollaire 1.20. L'idée est de prendre un voisinage de petit diamètre dans lequel on revient après tout temps $t \geq t_0$ et d'utiliser le lemme de fermeture qui entraîne l'existence d'une orbite périodique de longueur proche de t.

Pour achever la preuve du Théorème A, il reste à établir le

LEMME 3.2 ([8]). *Tout sous-groupe discret non cyclique du groupe fondamental de S est à spectre non arithmétique.*

Schéma de démonstration. Par l'absurde. On prend deux isométries axiales γ_1 et γ_2 d'axe σ_1 et σ_2 respectivement qui se croisent (la propriété d'intersection ne dépend pas du choix éventuel des axes). En posant $g_n = \gamma_1\gamma_2^n$, on montre que $m_{g_n} - m_{g_{n-1}} \to m_{\gamma_2}$. Si le groupe Γ est à spectre arithmétique, la suite précédente est constante à partir d'un certain rang mais l'identité $m_{g_n} - m_{g_{n-1}} = m_{\gamma_2}$ ne peut jamais être satisfaite car les axes de g_n et γ_2 se coupent. □

BIBLIOGRAPHIE

[1] BABILLOT, M. Exposé au séminaire de Probabilité et Théorie Ergodique de Tours (2000).

[2] BALLMANN, W. *Lectures on Spaces of Nonpositive Curvature.* DMV Seminar *25* (1995).

[3] —— Axial isometries of manifolds of nonpositive curvature. *Math. Ann. 259* (1982), 131–144.

[4] BALLMANN, W., M. GROMOV and V. SCHROEDER. *Manifolds of Nonpositive Curvature*. Progress in Mathematics *61*, Birkhäuser, Boston, 1985.

[5] BOURDON, M. Structures conformes au bord des $CAT(-1)$ espaces. *L'Enseignement Math. (2) 41* (1995), 63–102.

[6] DO CARMO, M. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, 1976.

[7] DAL'BO, F. Topologie du feuilletage fortement stable. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 50* (2000), 981–993.

[8] —— Remarques sur le spectre des longueurs d'une surface et comptages. *Bol. Soc. Brasil. Mat. (N. S.) 30* (1999), 199–221.

[9] EBERLEIN, P. Surfaces of nonpositive curvature. *Mem. Amer. Math. Soc. 20* (1979).

[10] —— *Geometry of Nonpositively Curved Manifolds*. Chicago Lectures in Mathematics, 1996.

[11] EBERLEIN, P. and B. O'NEILL. Visibility manifolds. *Pacific J. Math. 46* (1973), 45–110.

[12] KNIEPER, G. *Hyperbolic Dynamics and Riemannian Geometry*. Handbook of Dynamical Systems, Vol. 1.A, 453–545, North-Holland, Amsterdam, 2002.

[13] —— The uniqueness of the measure of maximal entropy for geodesic flows on rank 1 manifolds. *Ann. of Math. (2) 148* (1998), 291–314.

[14] OTAL, J. P. Sur la géométrie symplectique de l'espace des géodésiques d'une variété à courbure négative. *Rev. Mat. Iberoamericana 8* (1992), 441–456.

(Reçu le 4 avril 2005)

Gabriele Link

Mathematisches Institut II
Universität Karlsruhe
Englerstr. 2
D-76128 Karlsruhe
Allemagne
e-mail: gabi.link@gmx.de

Marc Peigné
Jean-Claude Picaud

Fédération Denis Poisson, LMPT, UMR 6083
Faculté des Sciences et Techniques
Parc de Grandmont
F-37200 Tours
France
e-mail: peigne@univ-tours.fr,
jean-claude.picaud@univ-tours.fr