

Finiteness properties of function-field-arithmetic groups

Autor(en): **Wortman, Kevin**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **54 (2008)**

Heft 1-2

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-109934>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

65

FINITENESS PROPERTIES OF FUNCTION-FIELD-ARITHMETIC GROUPS

by Kevin WORTMAN

Let K be a global function field, and S a finite nonempty set of pairwise inequivalent valuations on K . We let $\mathcal{O}_S \leq K$ be the corresponding ring of S -integers, and we let \mathfrak{G} be a simple K -group. For any $v \in S$, we let K_v be the completion of K with respect to v .

The finiteness properties of function-field-arithmetic groups such as $\mathfrak{G}(\mathcal{O}_S)$ have been of interest for about 50 years. Some of that interest has fallen on which of these groups are of type FP_m for a given m . For example, for which m is it true that $\text{SL}_n(\mathbf{F}_q[t])$ is of type FP_m where $\mathbf{F}_q[t]$ denotes a polynomial ring with one variable and coefficients in a finite field with q elements.

We recall that a group Γ is of type FP_m if there exists a partial resolution

$$P_m \rightarrow P_{m-1} \rightarrow \cdots \rightarrow P_1 \rightarrow P_0 \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow 0$$

of the trivial $\mathbf{Z}\Gamma$ -module \mathbf{Z} by finitely generated projective $\mathbf{Z}\Gamma$ -modules.

All of the evidence thus far indicates the existence of a solution for the following

CONJECTURE 65.1. *With $\mathfrak{G}(\mathcal{O}_S)$ as above and with $k = \sum_{v \in S} \text{rank}_{K_v}(\mathfrak{G})$, the arithmetic group $\mathfrak{G}(\mathcal{O}_S)$ is of type FP_m if and only if either $\text{rank}_K(\mathfrak{G}) = 0$ or $k > m$.*

For example, according to the above conjecture $\text{SL}_n(\mathbf{F}_q[t])$ should be of type $\text{FP}_{(n-2)}$ but not of type $\text{FP}_{(n-1)}$. In fact this was shown independently by Abels and Abramenko for large values of q .

Plenty of other evidence exists to support the conjecture in general including a proof of the “only if” implication [2]. The existing evidence for the

conjecture can be found in papers of Abels, Abramenko, Behr, Bux–Wortman, Hurrelbrink, Keller, Kneser, Lubotzky, McHardy, Nagao, O’Meara, Rehmman–Soulé, Serre, Splitthoff, and Stuhler. For detailed references, see e.g. [1] and [2].

REFERENCES

- [1] BEHR, H. Arithmetic groups over function fields. I. A complete characterization of finitely generated and finitely presented arithmetic subgroups of reductive algebraic groups. *J. Reine Angew. Math.* 495 (1998), 79–118.
- [2] BUX, K.-U. and K. WORTMAN. Finiteness properties of arithmetic groups over function fields. *Invent. Math.* 167 (2007), 355–378.

K. Wortman

University of Utah
Department of Mathematics
155 South 1400 East
Salt Lake City, UT 84112-0090
USA
e-mail: wortman@math.utah.edu