Zeitschrift: Ferrum : Nachrichten aus der Eisenbibliothek, Stiftung der Georg Fischer AG

Herausgeber: Eisenbibliothek

Band: 52 (1981)

Artikel: Bogenform und Stützlinie : Versuch einer Veranschaulichung technikhistorischer Sachverhalte aus dem Bereich der Baustatik für den Unterricht an allgemeinbildenden Schulen

Autor: Heinrich, Bert

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-594336

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Modell hinzugefügt, das seither beibehalten wurde. Auf eine Stadtkarte der eigenen Stadt wird ein massstäblich entsprechendes Modell der heute längsten Hängebrücke der Welt gelegt. Dadurch werden auch hier die wirklichen Dimensionen einer solchen Konstruktion eindrücklich verdeutlicht. In Bern konnte der Besucher die Brücke verschieben, was die Grösse mit dem Erlebnisbereich des Besuchers noch enger in Verbindung brachte.

Die Filme und Modelle machten den Erfolg der Ausstellung aus. Sie belebten die Fototafeln und erläuterten sie, ganz abgesehen davon, dass sie eine dreidimensionelle Auflockerung in die unvermeidlich sterile Zweidimensionalität hineinbrachten.

Zwei Kataloge begleiteten die Ausstellung. Der eine beschreibt das Leben und Werk Ammanns und wurde von Stadtpräsident Urs Widmer erstellt. Der andere beschreibt den allgemeinen Teil, wobei dieser noch einen Anhang besitzt mit sieben Spezialartikeln, die für den besonders Interessierten einzelne Probleme des Brückenbaus und der Brückenbaugeschichte tiefer behandelt. Dieser zweite Katalog ist als eigenständiges Buch veröffentlicht worden.

Bisher wurde die Ausstellung in drei Typen von Ausstellungsräumen gezeigt: in Museen, an Hochschulen und in einem Einkaufszentrum. Der Besuch war immer rege und besonders im Einkaufszentrum wurden Zufallsbesucher beobachtet, die mit vollen Einkaufstaschen beladen die Ausstellung aufmerksam verfolgten. Daraus konnten wir schliessen, dass es möglich war, auch den Zufallsbesucher zu fesseln.

Es ist natürlich umso leichter, den Besucher zu interessieren, je näher der Gegenstand der Ausstellung an den unmittelbaren Erlebnisbereich des Einzelnen herankommt. Die Grossbrücken haben sich zu diesem Zweck vorzüglich geeignet.

Bogenform und Stützlinie – Versuch einer Veranschaulichung technikhistorischer Sachverhalte

aus dem Bereich der Baustatik für den Unterricht an allgemeinbildenden Schulen

Referat von Bert Heinrich

Im Rahmen eines Projektes am Deutschen Museum zur Erarbeitung von Studientexten zu Themen aus der Kulturgeschichte von Naturwissenschaften und Technik wurde zu einem Buch über die Geschichte des Brückenbaus[1] auch ein Baukasten entwickelt. Mit Hilfe des Baukastens können baustatische Entwicklungen demonstriert werden, die vom römischen Halbkreisbogen zur Bogenform nach der Stützlinie geführt haben.

[1] *Bert Heinrich: Am Anfang war der Balken. Zur Kulturgeschichte der Steinbrücke. Deutsches Museum, München 1979*

Wenn man das Modell eines Keilsteinbogens aus Holz aufbauen will, so benötigt man ein Lehrgerüst, dessen Rundung der späteren Bogenform entspricht. Wie lässt sich dieses Lehrgerüst nach Bogenschluss wieder abbauen, ohne den Bogen zu zerstören? Im Modell soll eine Unterlagscheibe den Absenkmechanismus darstellen. Nun können die «Keilsteine» von beiden Widerlagern aus gleichmässig aufgebaut werden. Als

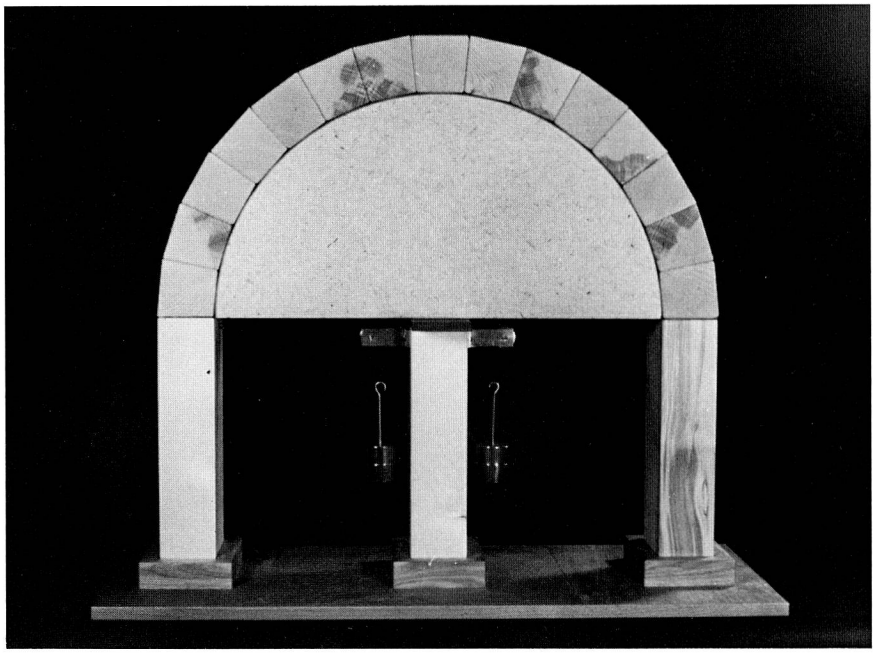


Abb. 1: Holzmodell eines Keilsteinbogens mit Lehrgerüst. Zwischen Mittelstütze und Lehrgerüst befindet sich eine Unterlagscheibe.

letzter wird der Schlussstein eingesetzt, der das Gewölbe tragfähig macht, weil er die Spannung zwischen den keilförmigen Steinen bewirkt (Abb. 1). Nach Wegnahme der Unterlagscheibe löst sich das Lehrgesrüst vom Bogen und kann herausgenommen werden. Der Bogen müsste nun frei stehen - aber so ist es keineswegs, denn der Bogen gibt sofort nach (wenigstens so weit die Beweglichkeit der Brückenpfeiler, die für diesen Versuch gegeben sein muss, dies zulässt), er senkt sich in der Bogenmitte nach unten, und die Bogenenden schieben nach aussen. Daran ist erkennbar, dass beim Gewölbe als ganz spezifische Erscheinung auch bei nur senkrechter Belastung, in diesem Fall durch das Eigengewicht des Bogens, ein schräger Druck nach aussen auftritt, der Horizontalschub oder Bogenschub (Abb. 2).

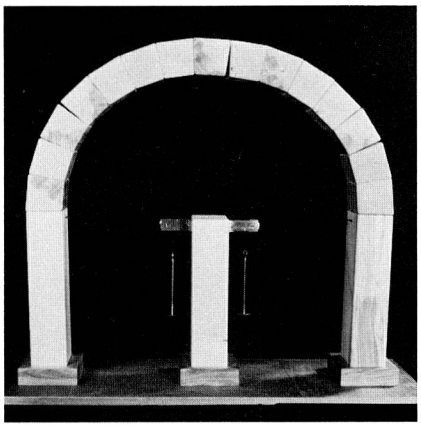


Abb. 2.: Durch Horizontalschub deformierter Halbkreisbogen.

An dem Modell des Keilsteinbogens lassen sich noch einige Beobachtungen machen, die die statischen Probleme eines solchen Bogens oder Gewölbes erhellen. Weil die Widerlager nachgeben können, deformiert sich nach Wegnahme des Lehrgerüstes der Halbkreis zu einem gedrückten Bogen, der Scheitel sinkt nach unten, der Scheitelriss klafft nach innen, der Gewölberücken wird zu beiden Seiten nach oben gedrückt, und die beiden Bruchfugen, etwa unter 30–40 Grad gegen die Waagerechte, klaffen nach aussen.
Wenn im Gewölbe Bruchfugen entstehen, so zeigt sich darin, dass die Druckkräfte offensichtlich nicht genau von Keilsteinfläche zu Keilsteinfläche weiterwirken, sondern von der Aussenkante des Scheitelrisses zu den Innenkanten der beiden seitlichen Bruchfugen verlaufen. Im Halbkreisbogen scheint also eine ungleiche Druckverteilung vorzuliegen. Gleichzeitig sind die auftretenden Bruchfugen ein Beweis dafür, dass im Bogen selbst Biegespannungen auftreten (Abb. 3.).

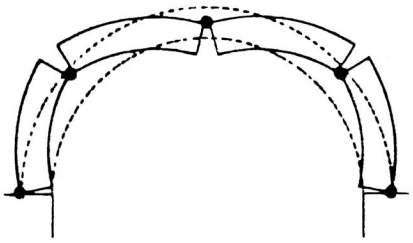


Abb. 3: Im Bogen aufklaffende Bruchfugen weisen auf Biegespannungen hin.

Heute lässt sich der Verlauf der inneren Kräfte in Brücken oder Gewölben sehr eindrucksvoll mit Hilfe der spannungsoptischen Methode darstellen und sichtbar machen. Der Verlauf der Isochromaten im Keilsteinbogen deckt sich mit den bisherigen Überlegungen. Die grauen Zonen zeigen unbelastete Stellen an der Aussenseite des Bogens in den Bogenvierteln und auf der Innenseite am Scheitel des Bogens. Eine schwarze Linie, die sich am Verlauf der Isochromaten orientiert, gibt den Kräftever-

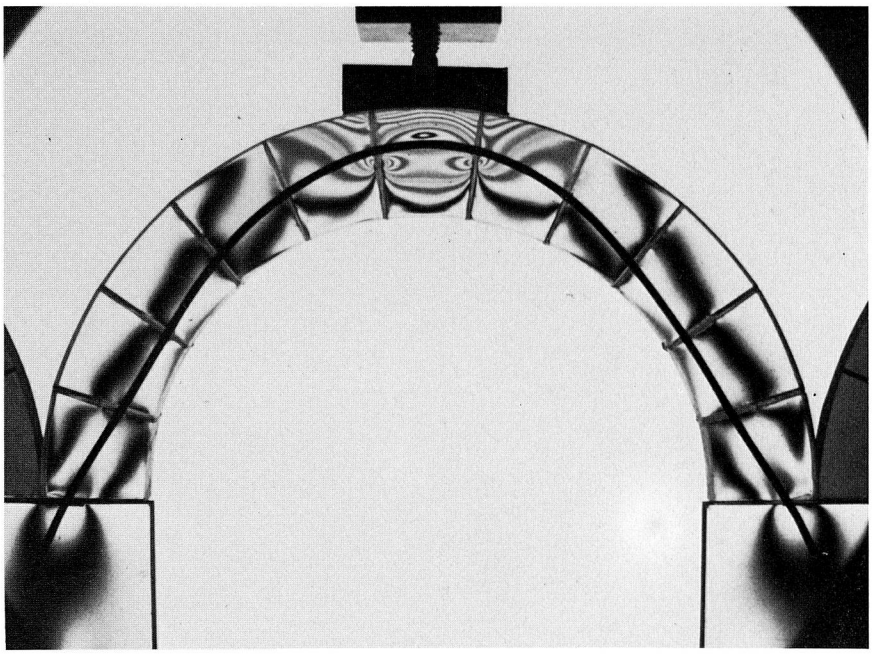


Abb. 4: Spannungsoptische Darstellung des Kräfteverlaufs im Keilsteinbogen.

lauf wieder (Abb. 4). Beim Vergleich der schwarzen Linie mit dem Halbkreisbogen ergibt sich, dass sich die geometrische Form des Halbkreises und die statische Linie des Kräfteverlaufs keineswegs entsprechen und offenbar der gotische Spitzbogen funktionsgerechter ist als der romanische Rundbogen.

Die Frage nach der richtigen Bogenform bei Brücken führte erst in der Renaissance dazu, dass neue Bogenformen ausprobiert wurden. Ihr gemeinsames Kennzeichen ist, dass sie insgesamt flacher sind als die römischen und mittelalterlichen Bogen, von ihrer gestreckten Form her grössere Spannweiten anzielen und in der Linienführung eleganter wirken. Da sich mit dem flacheren, weiter gespannten Bogen der Horizontalschub erhöht, überrascht es nicht, dass nun die ersten Überlegungen über die Grösse des auftretenden Bogenschubes angestellt wurden. Leonardo da Vinci (1450–1519), der sich zeichnerisch mit dem Problem befasste, fand einen sehr geschickten Weg zur Messung des Horizontalschubes in Abhängigkeit von der Gewölbeform, indem er den nach aussen wirkenden Schub durch einen leichter messbaren Zug nach innen aufhob (Abb. 5).

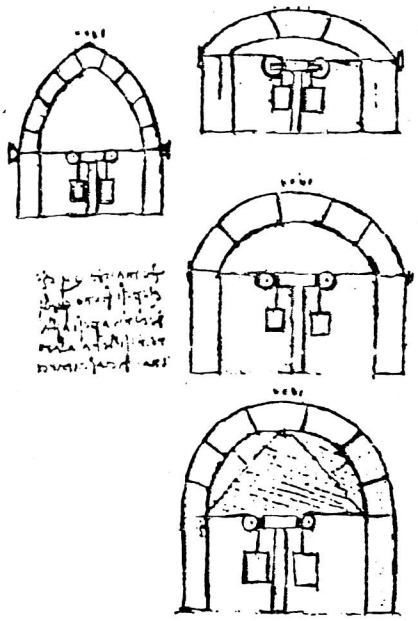


Abb. 5: Einfluss der Gewölbeform auf den Horizontalschub nach Leonardo da Vinci. Codice Forster II, etwa um 1496.

Erst viel später wurden von Physikern und Mathematikern Aussagen darüber gemacht, wie ein Bogen geformt sein müsse, um möglichst gut Belastungen standzuhalten. Dabei gingen sie von Denkmodellen aus. Der französische Physiker de la Hire (1640–1718) betrachtete die Gewölbesteine als reibungsfrei gegeneinander bewegliche Elemente und entwickelte daraus eine Keiltheorie.

Von einer ganz anderen Überlegung ging der Mathematiker David Gregory (1661–1708) aus, nämlich von der «Kettenlinie». Hängt man eine Kette oder ein Seil an zwei Punkten auf, so werden sie entsprechend ihrem Gewicht eine bestimmte Form annehmen, die dem natürlichen Kräfteverlauf entspricht. Es entsteht eine «Hängelinie», in der nur Zugkräfte wirksam sind (Abb. 6). Kehrt man nun in Gedanken das Ganze um und stellt sich statt der Kette einen Bogen von der gleichen Form der Hängelinie vor, so erhält man eine «Stützlinie». Auch sie entspricht dem natürlichen Kräfteverlauf (Abb. 7). Anstelle der Zugkräfte werden jetzt aber nur Druckkräfte wirksam – und genau darauf kommt es ja an, weil der Keilstein-

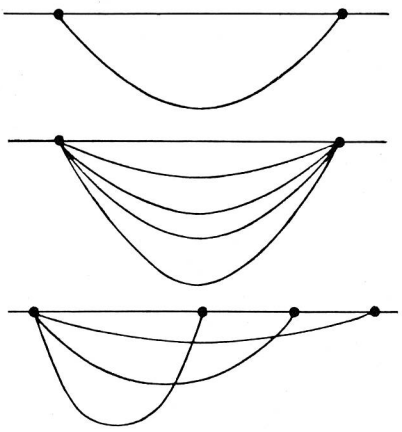
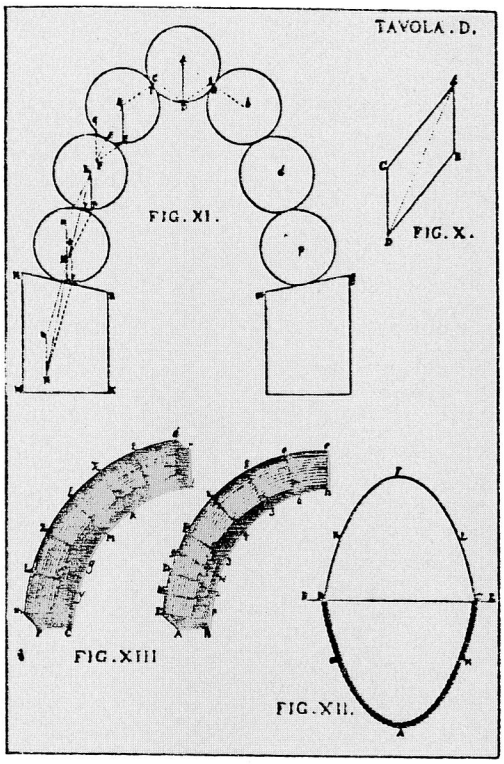


Abb. 6: Entlang der Hängelinie herrschen nur Zugkräfte (a), gleichgültig wie lang das Seil jeweils ist (b) oder wie weit die Aufhängepunkte voneinander entfernt sind (c).

bogen nur Druck-, aber keine Zugspannungen aufnehmen kann. Auf Grund solcher Überlegungen stellte dann Gregory 1697 fest, dass die theoretisch richtige Gewölbeform einer umgekehrten Kettenlinie entspricht.

Schliesslich fasste der italienische Mathematiker Giovanni Poleni (1685–1761) beide Gedanken zusammen, formulierte den Begriff der «Stützlinie» und veranschaulichte die Theorie des Stützliniengewölbes 1748 als umgekehrte Kettenlinie durch ein aus vollkommen glatten Kugeln zusammengesetztes Gewölbe (Abb. 8).



Der Bogen aus glatten Kugeln und die auf glatten Fugen reibungsfrei gleitenden Gewölbeelemente lassen sich kaum umsetzen, sie bleiben Denkmodelle. Anders ist es mit der Stützlinie und mit ihrer Umkehrung, der Hängelinie. Belastet man das an beiden Enden befestigte Seil in der Mitte durch ein Gewicht, so verändert die Hängelinie ihre Form, eine spezielle Hängelinie für diese Belastung ist entstanden. Für Brücken gilt aber nicht nur die Einzellast in der Mitte, sondern eine sich aus vielen Einzellasten zusammensetzende Gesamtlast. Es müssen also verschieden viele Gewichte an die Kette gehängt werden. Auch jetzt ergeben sich spezielle Hängelinien für jeden einzelnen Belastungsfall (Abb. 9).

Eine andere Situation entsteht bei sich bewegenden Verkehrslasten, z. B. durch schwere Fahrzeuge. An Seil oder Kette kann dies dargestellt werden, indem man ein Gewicht verschiebt. In jeder Position ergibt sich eine andere Form der Hängelinie. Hält man diese Hängelinien auf der Tafel mit Kreide fest, so ergibt sich eine Vielzahl von Linien, die umgekehrt Stützlinien eines Bogens darstellen (Abb. 10).

Wenn es so viele Stützlinien gibt, nach welcher soll der Brückenbogen konstruiert werden? Um möglichst vielen Belastungsfällen gerecht zu werden, muss die Brücke eine Bogenform bekommen, die möglichst viele Stützlinien im Kern des Bogenquerschnittes einschliesst.

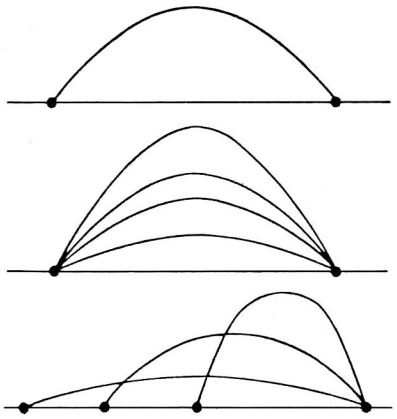


Abb. 7: Stützlinie (a); verschieden geformte Stützlinien in Abhängigkeit von der Länge der Stützlinie (b) und von der Entfernung der Stützpunkte (c),

◄
Abb. 8: Theorie des Stützliniengewölbes; die Kugeln sind nach der Stütz- oder Drucklinie angeordnet. (Poleni, Memorie della Gran Cupola del Tempio Vaticano, 1748)

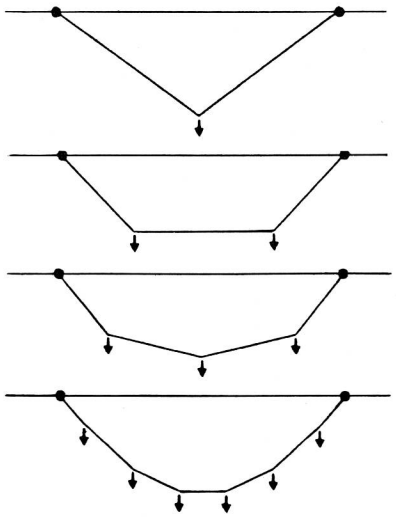


Abb. 9: Verschiedene Hängelinien bei einfacher (a), bei doppelter (b), dreifacher (c) und sechsfacher (d) symmetrischer Last.

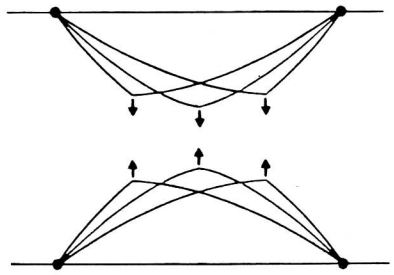


Abb. 10: Hängelinien und Stützlinien bei veränderlicher Last.